Álvaro Andrini

PRATICANDO MATEMÁTICA

MESTRE

EB

6ª série

EDITORA DO BRASIL S/A

ÁLVARO ANDRINI

Praticando Matemática

6ª Série

- *As respostas constam apenas no livro do professor.*
- *O planejamento de curso encontra-se num suplemento especial, no final do livro.*

EDITORA DO BRASIL S/A

Rua Conselheiro Nébias, 887
São Paulo

Dados de Catalogação na Publicação (CIP) Internacional
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Andrini, Álvaro.
Praticando matemática : 6ª série / Álvaro Andrini. -- São Paulo : Editora do Brasil, 1989.

Suplementado por livro do mestre.

1. Matemática (1º grau) I. Título.

89-0742 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino de 1º grau 372.7

Nossa capa

O retilíneo das linhas, os ângulos e a regularidade das faces, representativas do tesouro que a natureza nos oferece, simbolizam a grandiosidade dos princípios da Matemática.

Reprodução: *Gemas do Brasil*
Gentileza: *H B Consultores Associados S/C Ltda.*

APRESENTAÇÃO

Os quatro volumes desta coleção, destinada às quatro últimas séries do 1º grau, foram enriquecidos a partir da experiência em sala de aula e de algumas sugestões de colegas.
As características básicas da obra são as seguintes:

- *Cada capítulo está assim esquematizado:*
  - *desenvolvimento da teoria;*
  - *exercícios resolvidos;*
  - *exercícios propostos;*
  - *exercícios complementares;*
  - *testes.*

- *A* teoria *é exposta numa* linguagem clara e sucinta, *de acordo com o nível a que se destina, sem, no entanto, abandonar o rigor necessário ao tratamento da matéria.*

- *Os* exercícios resolvidos *servem de apoio aos conceitos teóricos.*

- *Os* exercícios resolvidos *e os* exercícios propostos *apresentam uma seqüência crescente de dificuldade.*

- *Os* exercícios complementares *podem ser utilizados como reforço e/ou revisão da matéria.*

- *Constituem* inovações da obra:
  - capítulos curtos: *os capítulos longos da edição anterior foram eliminados pela divisão do assunto, para proporcionar inter-relação e revisão mais constantes;*
  - séries de exercícios totalmente refeitas, *apresentando os mais diferentes tipos de questões;*
  - exercícios resolvidos intercalados nos exercícios propostos, *para que o aluno tenha neles um suporte ao refletir sobre dificuldades encontradas;*
  - *inclusão de* testes de vestibulares *adequados ao tratamento dado à matéria nesta coleção.*

Agradecemos, antecipadamente, todas as críticas e sugestões que nos forem enviadas.

O Autor

ÍNDICE

1

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

INTRODUÇÃO

Observe que, no conjunto dos números naturais, a operação de subtração nem sempre é possível.

Exemplos:

a) $5 - 3 = 2$ (possível: $2 \in \mathbb{N}$)

b) $9 - 9 = 0$ (possível: $0 \in \mathbb{N}$)

c) $3 - 5 = ?$ (impossível em $\mathbb{N}$)

Para tornar sempre possível a subtração, foi criado o conjunto dos números inteiros negativos.

	-1	-2	-3	, ...
Lê-se:	"menos 1" ou "1 negativo"	"menos 2" ou "2 negativo"	"menos 3" ou "3 negativo"	

Reunindo os números negativos, o zero e os números positivos, formamos o conjunto dos números inteiros relativos, que será indicado por Z.

$$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$

Importante!

- *Os números inteiros positivos podem ser indicados sem o sinal +.*

Exemplos:

a) $+7 = 7$

b) $+2 = 2$

c) $+13 = 13$

d) $+45 = 45$

- *O número zero não é positivo nem negativo.*

EXERCÍCIOS

1) Observe os números no quadro:

− 15	+ 6	− 1	0	+ 54	+ 12	− 93	− 8	+ 23	− 72	+ 72

a) Quais são os números inteiros negativos? *− 15, − 1, − 93, − 8, − 72*

b) Quais são os números inteiros positivos? *+ 6, + 54, + 12, + 23, + 72*

2) Qual o número inteiro que não é nem positivo nem negativo? *É o zero.*

3) Escreva com símbolos matemáticos:

a) mais sete *+ 7*

b) menos quatro *− 4*

c) vinte negativo *− 20*

d) quinze positivo *+ 15*

e) mais vinte e dois *+ 22*

f) menos cinqüenta *− 50*

4) Escreva a leitura dos seguintes números inteiros:

a) − 8 *oito negativo*

b) + 6 *seis positivo*

c) − 10 *dez negativo*

d) + 12 *doze positivo*

e) + 75 *setenta e cinco positivo*

f) − 100 *cem negativo*

5) Quais das seguintes sentenças são verdadeiras?

■ a) $+4 = 4$

b) $-6 = 6$

■ c) $-8 \neq +8$

■ d) $72 \neq -72$

■ e) $54 = +54$

f) $93 = -93$

■ g) $1500 = +1500$

h) $1832 \neq +1832$

■ i) $2756 \neq -2756$

6) Quais das seguintes sentenças são verdadeiras?

a) $\{0, 5\} = \{0, -5\}$

■ b) $\{3, 4\} = \{3, +4\}$

c) $\{6, 15\} = \{15, -6\}$

■ d) $\{-2, 0, 2\} = \{-2, 0, +2\}$

e) $\{6, -4, 8\} \neq \{+6, -4, 8\}$

■ f) $\{-4, -3, -2\} \neq \{+4, +3, +2\}$

7) As temperaturas acima de 0°C (zero grau) são representadas por números positivos e as temperaturas abaixo de 0°C, por números negativos. Represente as seguintes situações com números inteiros relativos:

a) 5°C acima de zero *+ 5°C*
b) 3°C abaixo de zero *– 3°C*
c) 9°C abaixo de zero *– 9°C*
d) 15°C acima de zero *+ 15°C*

8) Nas agências bancárias, os créditos são representados por números positivos e os débitos por números negativos. Represente as seguintes situações com números inteiros relativos:

a) crédito de R$ 35,00 *+ 35*
b) débito de R$ 35,00 *– 35*
c) crédito de R$ 12,00 *+ 12*
d) débito de R$ 500,00 *– 500*
e) débito de R$ 710,00 *– 710*
f) crédito de R$ 840,00 *+ 840*

9) Represente com números inteiros relativos, as seguintes situações econômicas:

a) lucro de R$ 100,00 *+ 100*
b) prejuízo de R$ 1.700,00 *– 1700*
c) ganhei R$ 500,00 *+ 500*
d) perdi R$ 900,00 *– 900*
e) depósito de R$ 1.500,00 *+ 1500*
f) retirada de R$ 3.600,00 *– 3600*

SUBCONJUNTOS DE Z

Vamos destacar alguns subconjuntos de Z:

a) Conjunto dos números inteiros não-negativos:

$$Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

b) Conjunto dos números inteiros não-positivos:

$$Z_- = \{\ldots, -3, -2, -1, 0\}$$

c) Conjunto dos números inteiros positivos:

$$Z_+^* = \{+1, +2, +3, \ldots\}$$

d) Conjunto dos números inteiros negativos:

$$Z_-^* = \{\ldots, -3, -2, -1\}$$

*O símbolo * indica a exclusão do zero do conjunto.*

EXERCÍCIOS

1) Escreva o que representa cada símbolo:

a) IN *a) Conjunto dos números naturais.*

b) Z_+ *b) Conjunto dos números inteiros não-negativos.*

c) Z_- *c) Conjunto dos números inteiros não-positivos.*

d) Z_+^* *d) Conjunto dos números inteiros positivos.*

2) Utilizando os símbolos $\in$ ou $\notin$, relacione:

a) -7 e Z $\in$
b) 15 e Z $\in$
c) -4 e Z $\in$
d) -4 e Z_- $\in$
e) -4 e Z_+ $\notin$

f) 0 e Z_+^* $\notin$
g) 6 e Z_-^* $\notin$
h) $+3$ e Z $\in$
i) -3 e Z $\in$
j) 8 e Z $\in$

l) -42 e Z $\in$
m) 39 e Z_- $\notin$
n) -93 e Z_+ $\notin$
o) -105 e Z $\in$
p) 846 e Z^* $\in$

3) O conjunto IN está contido no conjunto Z? *Sim.*

4) Relacione os conjuntos por meio dos símbolos $\subset$ ou $\not\subset$:

a) $\{0, +3, -3, +7, -10\}$ e Z $\subset$
b) $\{-100, -200, -300\}$ e Z_- $\subset$
c) $\{+2, +4, +6, -8\}$ e Z_+ $\not\subset$

d) $\{0, -20, -40\}$ e Z_-^* $\not\subset$
e) $\{0, -20, -40\}$ e Z_- $\subset$
f) $\{+1, +3, +5\}$ e Z_+ $\subset$

REPRESENTAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS NA RETA

Vamos traçar uma reta e marcar o ponto 0. À direita do ponto 0, com uma certa unidade de medida, assinalaremos os pontos que correspondem aos números inteiros positivos e à esquerda de 0, com a mesma unidade, assinalaremos os pontos que correspondem aos números inteiros negativos.

EXERCÍCIOS

1) Quanto valem os números **a**, **b** e **c** representados nas figuras?

a)

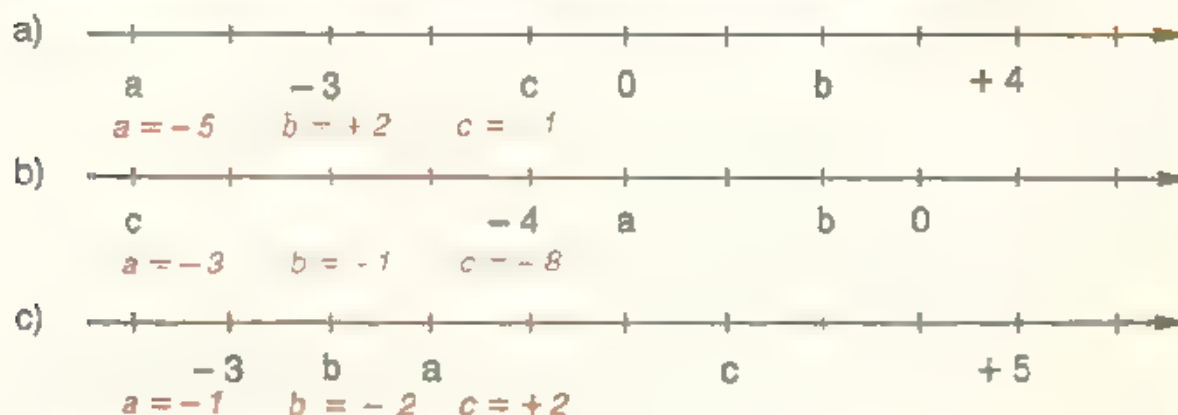
a = −5 b = + 2 c = 1

b)

a = −3 b = − 1 c = − 8

c)

−3 b a c +5

a = −1 b = − 2 c = +2

2) Escreva os números inteiros:

a) compreendidos entre 1 e 7 *{2, 3, 4, 5, 6}*

b) compreendidos entre −3 e 3 *{−2, −1, 0, 1, 2}*

c) compreendidos entre −4 e 2 *{−3, −2, −1, 0, 1}*

d) compreendidos entre −2 e 4 *{−1, 0, 1, 2, 3}*

e) compreendidos entre −5 e −1 *{−4, −3, −2}*

f) compreendidos entre −6 e 0 *{−5, −4, −3, −2, −1}*

3) Responda:

a) Qual é o sucessor de +8? *+ 9*

b) Qual é o sucessor de −6? *5*

c) Qual é o sucessor de 0? *+ 1*

d) Qual é o antecessor de +8? *+ 7*

e) Qual é o antecessor de −6? *7*

f) Qual é o antecessor de 0? *1*

4) Escreva em Z o antecessor e o sucessor dos números:

a) +4 *+3 e +5*

b) −4 *5 e 3*

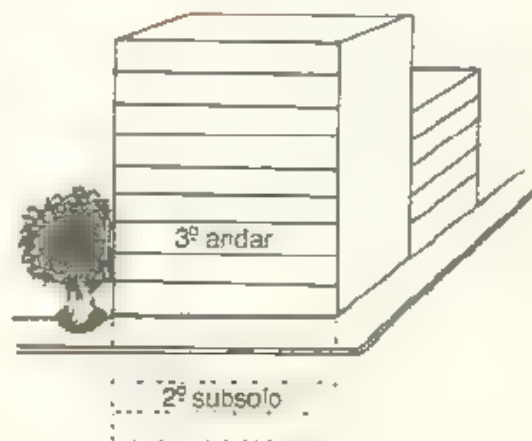
c) 54 *53 e 55*

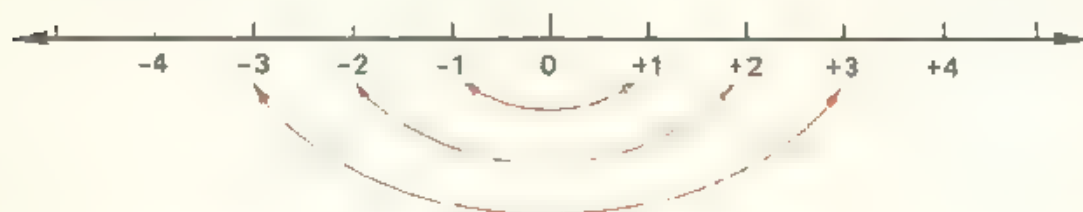
d) −68 *69 e 67*

e) −799 *−800 e −798*

f) +1000 *+ 999 e + 1001*

5) Carolina pegou o elevador no 2º subsolo (−2) e desceu no 3º andar (+3).
Quantos andares percorreu?

Resposta: 5

NÚMEROS OPOSTOS OU SIMÉTRICOS

Na reta numerada, os **números opostos** estão a uma mesma distância do zero.

Observe que cada número inteiro, positivo ou negativo, tem um correspondente com sinal diferente.

Exemplos:

a) O oposto de + 1 é – 1.

b) O oposto de – 3 é + 3.

c) O oposto de + 9 é – 9.

d) O oposto de – 5 é + 5.

Observação O oposto de zero é o próprio zero.

EXERCÍCIOS

1) Determine:

a) O oposto de + 5 –

b) O oposto de – 9 *+ 9*

c) O oposto de + 6

d) O oposto de – 6 *+ 6*

e) O oposto de + 18 *– 18*

f) O oposto de – 15 *+ 15*

g) O oposto de + 234 *– 234*

h) O oposto de – 1000 *+ 1000*

2) Responda:

a) Qual o oposto de cinco negativo? *+ 5*

b) Qual o oposto de sete positivo?

c) Qual o oposto de + a? *a*

d) Qual o oposto de – x? *+ x*

3) Responda:

a) Qual o oposto de um número positivo? *É o seu correspondente negativo.*

b) Qual o oposto de um número negativo? *É o seu correspondente positivo.*

VALOR ABSOLUTO OU MÓDULO

Valor absoluto de um número inteiro relativo é o número natural que o representa, sem o sinal.

Exemplos:	Indicação:
a) O valor absoluto de + 5 é 5.	$\|+5\| = 5$
b) O valor absoluto de − 5 é 5.	$\|-5\| = 5$
c) O valor absoluto de − 8 é 8.	$\|-8\| = 8$

- *O valor absoluto de zero é zero.*

EXERCÍCIOS

1) Escreva:

a) O valor absoluto de + 4. *4*
b) O valor absoluto de − 7. *7*
c) O valor absoluto de − 15. *15*
d) O valor absoluto de + 6. *6*
e) O valor absoluto de − 37.
f) O valor absoluto de + 12. *12*
g) O valor absoluto de 0.
h) O valor absoluto de − 500. *500*

2) Determine:

a) $|+4|$ *4*
b) $|-7|$ *7*
c) $|-15|$ *15*
d) $|+6|$ *6*
e) $|-37|$ *37*
f) $|+12|$ *12*
g) $|0|$ *0*
h) $|-500|$ *500*

3) Copie e complete:

a) Os números − 7 e + 7 possuem o mesmo . . . , que é 7. *valor absoluto*
b) Os números + 3 e − 3 possuem o mesmo . . . , que é 3.
c) Os números + 18 e − 18 possuem o mesmo . . . , que é 18.

4) Sabendo que:

a) $|x| = 5$, calcule x.
b) $|a| = 8$, calcule a.
c) $|y| = 10$, calcule y.
d) $|m| = 0$, calcule m.

COMPARAÇAO DE NUMEROS INTEIROS

Observe a representação gráfica dos números inteiros na reta.

$$-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4$$

Dados dois números quaisquer, o que está à direita é o maior deles, e o que está à esquerda, o menor deles.

Exemplos:

a) $-4 < -2$, porque -4 está à esquerda de -2.

b) $-2 < +1$, porque -2 está à esquerda de $+1$.

c) $-1 > -3$, porque -1 está à direita de -3.

d) $+2 > -4$, porque $+2$ está à direita de -4.

EXERCÍCIOS

1) Qual é o número maior?

a) $+1$ ou -10? *$+1$*

b) $+30$ ou 0? *$+30$*

c) -20 ou 0? *0*

d) $+10$ ou -10? *$+10$*

e) -20 ou -10? *-10*

f) $+20$ ou -30? *$+20$*

g) -50 ou $+50$? *$+50$*

h) -30 ou -15? *-15*

2) Seja o conjunto $A = \{-20, -5, 0, 5, 12, -1, 8, 15\}$:

a) Qual é o **menor** número do conjunto A? *-20*

b) Qual é o **maior** número do conjunto A? *15*

3) Compare os seguintes pares de números, utilizando os símbolos < , > ou = .

a) + 2 e + 3 <
b) + 5 e − 5 >
c) − 3 e + 4 <
d) + 1 e − 1 >
e) − 3 e − 6 >
f) − 3 e − 2 <

g) − 8 e − 2 <
h) 0 e − 5 >
i) − 2 e 0 <
j) − 2 e − 4 >
l) − 4 e − 3 <
m) 5 e − 5 >

n) 40 e + 40 =
o) − 30 e − 10 <
p) − 85 e 85 <
q) 100 e − 200 >
r) − 450 e 300 <
s) − 500 e 400 <

4) Coloque os números em ordem crescente (usando o sinal <):

a) − 9 , − 3 , − 7 , + 1 , 0   − 9 < − 7 < − 3 < 0 < 1
b) − 2 , − 6 , − 5 , − 3 , − 8   − 8 < − 6 < − 5 < − 3 < − 2
c) 5 , − 3 , 1 , 0 , − 1 , 20   − 3 < − 1 < 0 < 1 < 5 < 20
d) + 25 , − 3 , − 18 , + 15 , + 8 , − 9   − 18 < − 9 < − 3 < + 8 < + 15 < + 25
e) + 60 , − 21 , − 34 , − 105 , − 90   105 < − 90 < 34 < − 21 < + 60
f) − 400 , + 620 , − 840 , + 1000 , − 100
− 840 < − 400 < − 100 < + 620 < + 1000

5) Coloque os números em ordem decrescente (usando o sinal >):

a) + 3 , − 1 , − 6 , + 5 , 0   a) + 5 > + 3 > 0 > − 1 > − 6
b) − 4 , 0 , + 4 , + 6 , − 2   b) + 6 > + 4 > 0 > − 2 > − 4
c) − 5 , 1 , − 3 , 4 , 8   c) 8 > 4 > 1 > − 3 > − 5
d) + 10 , + 6 , − 3 , − 4 , − 9 , + 1   d) + 10 > + 6 > + 1 > − 3 > − 4 > − 9
e) − 18 , + 83 , 0 , − 172 , − 64   e) + 83 > 0 > 18 > 64 > − 172
f) − 286 , − 740 , + 827 , 0 , + 904   f) + 904 > + 827 > 0 > − 286 > 740

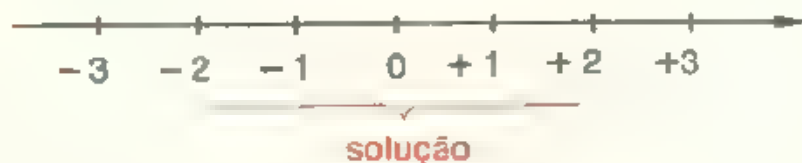
6) Responda:

a) Existe o menor número inteiro negativo? não
b) Existe o maior número inteiro positivo? não
c) Qual o menor número inteiro positivo? 1
d) Qual o maior número inteiro negativo? 1

7) Escreva entre chaves os elementos dos conjuntos (desenhe uma reta para cada caso):

Resolvido. $\{x \in Z \mid -3 < x < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

−3 −2 −1 0 +1 +2 +3

solução

a) $\{x \in Z \mid -5 < x < 5\}$ a) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

b) $\{x \in Z \mid -1 < x < 4\}$ b) $\{0, 1, 2, 3\}$

c) $\{x \in Z \mid -3 < x \leq 3\}$ c) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

d) $\{x \in Z \mid -4 < x \leq 2\}$ d) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

e) $\{x \in Z \mid -3 < x \leq 0\}$ e) $\{-2, -1, 0\}$

f) $\{x \in Z \mid 4 < x \leq 5\}$ f) $\{5\}$

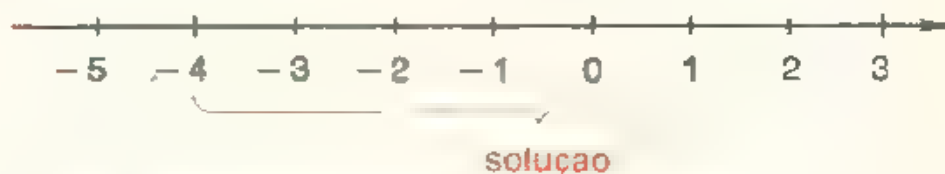
g) $\{x \in Z \mid 7 \leq x < 8\}$ g) $\{7\}$

h) $\{x \in Z \mid 8 < x < 9\}$ h) $\varnothing$

8) Escreva cada conjunto nomeando os seus elementos entre chaves (desenhe uma reta para cada caso):

Resolvido. $\{x \in Z \mid x > -5\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3

solução

a) $\{x \in Z \mid x > -2\}$ a) $\{-1, 0, 1, 2, \ldots\}$

b) $\{x \in Z \mid x > +3\}$ b) $\{4, 5, 6, \ldots\}$

c) $\{x \in Z \mid x < -3\}$ c) $\{\ldots, -6, -5, -4\}$

d) $\{x \in Z \mid x \leq +2\}$ d) $\{\ldots, -1, 0, 1, 2\}$

e) $\{x \in Z \mid x < 0\}$ e) $\{\ldots, -3, -2, -1\}$

f) $\{x \in Z \mid x = -5\}$ f) $\{-5\}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Coloque os números em ordem crescente (usando o sinal $<$):

a) 423, −243, 234, −324, −432, 342, 243

$-432 < -324 < -243 < 234 < 243 < 342 < 423$

b) 5055, −5005, 5505, 5005, −5055, −5505

$-5505 < -5055 < -5005 < 5005 < 5055 < 5505$

2) Escreva entre chaves os elementos dos conjuntos:

a) $\{x \in Z \mid -3 < x < 1\}$ *$\{-2, -1, 0\}$*

b) $\{x \in Z \mid -3 \leqslant x < 1\}$ *$\{-3, -2, -1, 0\}$*

c) $\{x \in Z \mid -3 < x \leqslant 1\}$ *$\{-2, -1, 0, 1\}$*

d) $\{x \in Z \mid -3 \leqslant x \leqslant 1\}$ *$\{-3, -2, -1, 0, 1\}$*

3) Determine o número de elementos dos seguintes conjuntos:

a) $\{x \in Z \mid -5 < x < 8\}$ *Resp. 12*

b) $\{x \in Z \mid -5 \leqslant x \leqslant 8\}$ *Resp. 14*

c) $\{x \in Z \mid -5 < x \leqslant 8\}$ *Resp. 13*

d) $\{x \in Z^* \mid -5 \leqslant x < 8\}$ *Resp.: 12*

4) Dados os conjuntos:

$$A = \{x \in Z \mid -3 \leqslant x \leqslant 1\} \quad A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$
$$B = \{x \in Z \mid -1 < x \leqslant 2\} \quad B = \{0, 1, 2\}$$
$$C = \{x \in Z \mid -5 < x < 0\} \quad C = \{-4, -3, -2, -1\}$$

Determine:

a) $A \cup B$ *$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$*

b) $A \cap B$ *$\{0, 1\}$*

c) $B \cap C$ *$\varnothing$*

d) $B \cup C$ *$\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$*

e) $A \cup C$ *$\{4, -3, 2, 1, 0, 1\}$*

f) $A \cap C$ *$\{-3, -2, -1\}$*

g) $A \cup B \cup C$ *$\{-4 -3, -2, 1, 0, 1, 2$*

h) $A \cap B \cap C$ *$\varnothing$*

5) Um garoto faz o seguinte percurso sobre a reta numerada:

A partir do zero, ele caminha cinco unidades no sentido positivo e em seguida anda sete unidades no sentido negativo. Determine o ponto em que se encontra o garoto após esse percurso. *Resp. −2*

TESTES

1) Jma escola promoveu jogos esportivos cujos resultados estão no quadro abaixo:

Nomes	Pontos obtidos
Carlos	3 pontos ganhos
Sílvio	8 pontos perdidos
Paulo	7 pontos ganhos
Mário	0 pontos

Então, o jogador que está melhor classificado é o:

a) Carlos
b) Sílvio
■ c) Paulo
d) Mário

2) "Tinha 12 reais e gastei 15 reais" Esta situação pode ser representada por:

a) $15 - 12$
b) $12 + 15$
■ c) $12 - 15$
d) $-12 + 15$

3) Numa reta numerada, considere os pontos que representam os números -1 e 8. A distância entre estes pontos é:

a) 7
b) 8
■ c) 9
d) 10

4) O conjunto $A = \{0, -3, 4, 10\}$ é subconjunto de:

a) $\mathbb{N}$
■ b) $\mathbb{Z}$
c) $\mathbb{Z}_+$
d) $\mathbb{Z}_-$

5) Dos conjuntos abaixo, o subconjunto de $\mathbb{Z}_-^*$ é:

a) $\{-3, +2, -8, -2\}$
b) $\{0, -4, -1, -9, -5\}$
■ c) $\{-3, -1, -5\}$
d) $\{0, -3, -4, -6\}$

6) O oposto do número – 35 é:

■ a) 35
b) 53
c) – 35
d) – 53

7) Sabendo que | a | = 3, podemos afirmar que:

a) a = 3
b) a = – 3
■ c) a = 3 ou a = – 3
d) n. d. a.

8) Dos números 0, 5, 7, – 5 e – 7:

a) o maior é 5 e o menor é – 5.

■ b) o maior é 7 e o menor é – 7.

c) o maior é 7 e o menor é 0.

d) o maior é – 7 e o menor é 0.

9) Sejam as afirmações:

I) Qualquer número negativo é menor do que 0. (V)

II) Qualquer número positivo é maior do que 0. (V)

III) Qualquer número positivo é maior do que qualquer número negativo. (V)

Quantas são verdadeiras?

a) 0
b) 1
c) 2
■ d) 3

10) Quantos são os números inteiros compreendidos **entre** – 5 e + 4?

a) 2
b) 7
■ c) 8
d) 9

11) Qual o conjunto dos números inteiros negativos **menores** que – 4?

■ a) {– 5, – 6, – 7, ...}
b) {– 4, – 3, – 2, – 1, 0}
c) {– 3, – 2, – 1}
d) {– 4, – 3, – 2, – 1}

12) O conjunto dos números inteiros negativos **maiores** que – 5 é:

a) $\{\ldots, -8, -7, -6\}$
b) $\{\ldots, -7, -6, -5\}$
■ c) $\{-4, -3, -2, -1\}$
d) $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$

13) O conjunto $A = \{x \in Z^* \mid -3 < x < 3\}$ é igual a:

■ a) $\{-2, -1, 1, 2\}$
b) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
c) $\{-3, -2, -1, 1, 2\}$
d) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

14) O conjunto $E = \{x \in Z \mid x \geqslant 7\}$ pode ser representado por:

a) $E = \{8, 9, 10, \ldots\}$
■ b) $E = \{7, 8, 9, \ldots\}$
c) $E = \{7, 6, 5, \ldots\}$
d) $E = \{6, 5, 4, \ldots\}$

15) O conjunto $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$ pode ser representado por:

a) $\{x \in Z \mid -4 < x < 1\}$
■ b) $\{x \in Z \mid -4 \leqslant x \leqslant 1\}$
c) $\{x \in Z \mid -4 < x \leqslant 1\}$
d) $\{x \in Z \mid -4 \leqslant x < 1\}$

16) Qual dos conjuntos é vazio?

a) $\{x \in Z \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$
b) $\{x \in Z \mid 0 < x \leqslant 1\}$
c) $\{x \in Z \mid 0 \leqslant x < 1\}$
■ d) $\{x \in Z \mid 0 < x < 1\}$

17) Se $A = \{x \in Z \mid -2 < x < 3\}$ e $B = \{x \in Z \mid 0 < x < 5\}$, então $A \cap B$ é igual a:

■ a) $\{1, 2\}$
b) $\{0, 1, 2\}$
c) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
d) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$A = \{-1, 0, 1, 2\}$
$B = \{1, 2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{1, 2\}$

18) (UF-SE) Dados os conjuntos $A = \{x \in IN \mid -1 < x \leqslant 4\}$ e $B = \{x \in Z \mid 0 \leqslant x < 2\}$, o conjunto $A \cap B$ é igual a:

■ a) $\{0, 1\}$
b) $\{-1, 0, 1\}$
c) $\{-1, 0, 1, 2\}$
d) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
$B = \{0, 1\}$
$A \cap B = \{0, 1\}$

2

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO EM Z

ADIÇÃO

1) **Adição de números positivos.**

> A soma de dois números positivos é um número positivo.

Exemplos:

a) $(+2) + (+5) = +7$	Simplificando	a) $+2+5=+7$
b) $(+1) + (+4) = +5$	a maneira	b) $+1+4=+5$
c) $(+6) + (+3) = +9$	de escrever	c) $+6+3=+9$

Observe que escrevemos a soma dos números inteiros sem colocar o sinal + da adição e eliminamos os parênteses das parcelas.

2) **Adição de números negativos.**

> A soma de dois números negativos é um número negativo.

Exemplos:

a) $(-2) + (-3) = -5$	Simplificando	a) $-2-3=-5$
b) $(-1) + (-1) = -2$	a maneira	b) $-1-1=-2$
c) $(-7) + (-2) = -9$	de escrever	c) $-7-2=-9$

Observe que podemos simplificar a maneira de escrever deixando de colocar o sinal + da operação e eliminando os parênteses das parcelas.

EXERCÍCIOS

1) Calcule:

a) $+5+3$ *+8*
b) $+1+4$ *+5*
c) $-4-2$ *−6*
d) $-3-1$ *−4*
e) $+6+9$ *+15*

f) $+10+7$ *+17*
g) $-8-12$ *−20*
h) $-4-15$ *−19*
i) $-10-15$ *−25*
j) $+5+18$ *+23*

l) $-31-18$ *−49*
m) $+20+40$ *+60*
n) $-60-30$ *−90*
o) $+75+15$ *+90*
p) $-50-50$ *−100*

2) Calcule:

a) $(+3)+(+2)$ *+5*
b) $(+5)+(+1)$ *+6*
c) $(+7)+(+5)$ *+12*
d) $(+2)+(+8)$ *+10*

e) $(+9)+(+4)$ *+13*
f) $(+6)+(+5)$ *+11*
g) $(-3)+(-2)$ *−5*
h) $(-5)+(-1)$ *6*

i) $(-7)+(-5)$ *12*
j) $(-4)+(-7)$ *−11*
l) $(-8)+(-6)$ *−14*
m) $(-5)+(-6)$ *11*

3) Calcule:

a) $(-22)+(-19)$ *−41*
b) $(+32)+(+14)$ *+46*
c) $(-25)+(-25)$ *−50*
d) $(-94)+(-18)$ *−112*

e) $(+105)+(+105)$ *+210*
f) $(-280)+(-509)$ *−789*
g) $(-320)+(-30)$ *−350*
h) $(+200)+(+137)$ *+337*

4) Calcule $x+y$ para:

a) $x=+5$ e $y=+7$ *+12*
b) $x=-3$ e $y=-7$ *−10*

c) $x=+8$ e $y=+11$ *+19*
d) $x=-15$ e $y=-10$ *−25*

5) Um comerciante teve um prejuízo de R$ 2.400,00 na venda de xícaras e um prejuízo de R$ 3.700,00 na venda de copos. Pergunta-se:

a) Qual foi o prejuízo total do comerciante? *R$ 6.100,00*

b) Como pode ser representada sua situação com apenas um número inteiro?
− 6100

3) **Adição de números com sinais diferentes.**

> A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos, dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto.

Exemplos:

	Simplificando a maneira de escrever	
a) $(+6) + (-1) = +5$	→	a) $+6 - 1 = +5$
b) $(+2) + (-5) = -3$	→	b) $+2 - 5 = -3$
c) $(-10) + (+3) = -7$	→	c) $-10 + 3 = -7$

Note que o resultado da adição tem o mesmo sinal que o número de maior valor absoluto.

Observação:

- *Quando as parcelas são números opostos, a soma é igual a zero.*

Exemplos:

	Simplificando a maneira de escrever	
a) $(+3) + (-3) = 0$	→	a) $+3 - 3 = 0$
b) $(-8) + (+8) = 0$	→	b) $-8 + 8 = 0$
c) $(+1) + (-1) = 0$	→	c) $+1 - 1 = 0$

4) **Um dos números dados é zero.**

> Quando um dos números é zero, a soma é igual ao outro número.

Exemplos:

	Simplificando a maneira de escrever	
a) $(+5) + 0 = +5$	→	a) $+5 + 0 = +5$
b) $0 + (-3) = -3$	→	b) $0 - 3 = -3$
c) $(-7) + 0 = -7$	→	c) $-7 + 0 = -7$

EXERCÍCIOS

1) Calcule:

a) $+1-6$ *-5*
b) $-9+4$ *-5*
c) $-3+6$ *$+3$*
d) $-8+3$ *-5*
e) $-9+11$ *$+2$*
f) $+15-6$ *$+9$*
g) $-2+14$ *$+12$*
h) $+13-1$ *$+12$*
i) $+23-17$ *$+6$*
j) $-14+21$ *$+7$*
l) $+28-11$ *$+17$*
m) $-31+30$ *-1*

2) Calcule:

a) $(+9)+(-5)$ *$+4$*
b) $(+3)+(-4)$ *-1*
c) $(-8)+(+6)$ *-2*
d) $(+5)+(-9)$ *-4*
e) $(-6)+(+2)$ *-4*
f) $(+9)+(-1)$ *$+8$*
g) $(+8)+(-3)$ *$+5$*
h) $(+12)+(-3)$ *$+9$*
i) $(-7)+(+15)$ *$+8$*
j) $(-18)+(+8)$ *-10*

3) Calcule:

a) $(+7)+(-7)$ *0*
b) $(-2)+(+2)$ *0*
c) $(+1)+(-1)$ *0*
d) $(-10)+(+10)$ *0*
e) $(+23)+(-23)$ *0*
f) $(-37)+(+37)$ *0*

4) Qual o valor da soma de dois números inteiros opostos?
É zero.

5) Calcule:

a) $+3+(-5)$ *-2*
b) $(-8)+0$ *-8*
c) $-12+(+4)$ *-8*
d) $0+(-9)$ *-9*
e) $(-4)+10$ *$+6$*
f) $0+(+2)$ *$+2$*
g) $-7+(+9)$ *$+2$*
h) $+4+(-12)$ *-8*
i) $+6+(-4)$ *$+2$*

6) Calcule x + y para:

a) $x = +7$ e $y = -3$ *+ 4*

b) $x = +10$ e $y = -15$ *− 5*

c) $x = -4$ e $y = +6$ *+ 2*

d) $x = -18$ e $y = +12$ *− 6*

7) Responda cada situação, utilizando números inteiros:

a) Eu tenho R$ 1.000,00 em um banco e retiro R$ 800,00. Meu saldo fica positivo ou negativo? Em quanto? *Positivo em R$ 200,00*

b) Eu tenho R$ 600,00 em um banco e retiro R$ 900,00. Meu saldo fica positivo ou negativo? Em quanto? *Negativo em R$ 300,00*

8) Uma pessoa tem R$ 500,00 e deve R$ 800,00. Como pode ser representada sua situação com somente um número inteiro? *300*

9) Qual o número total de pontos de cada jogador, após as duas partidas?

	Carlos	Sílvio	Lúcio	Ari	Marcos	Márcio
1ª partida	+ 2	− 8	− 2	+ 5	+ 10	+ 3
2ª partida	− 9	+ 10	− 4	− 5	− 7	+ 1
	[illegible]	*+ 2*	*6*	*0*	*+ 3*	*+ 4*

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

1) **Fechamento:** a soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

Exemplo: $(-4) + (+7) = (+3) \in Z$

2) **Comutativa:** a ordem das parcelas não altera a soma.

Exemplo: $(+5) + (-3) = (-3) + (+5)$

3) **Elemento neutro:** o número zero é o elemento neutro da adição.

Exemplo: $(+8) + 0 = 0 + (+8) = +8$

4) **Associativa:** na adição de três números inteiros, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos, sem que isso altere o resultado.

Exemplo: $[(+8) + (-3)] + (+4) = (+8) + [(-3) + (+4)]$

5) **Elemento oposto:** qualquer número inteiro admite um simétrico ou oposto.

Exemplo: $(+7) + (-7) = 0$

EXERCÍCIOS

1) Qual o nome das propriedades aplicadas?

a) $(+7) + (-9) = (-9) + (+7)$ *comutativa*

b) $(+5) + (-5) = 0$ *elemento oposto*

c) $(-1) + (+10) = (+10) + (-1)$ *comutativa*

d) $0 + (-6) = (-6) + 0 = -6$ *elemento neutro*

e) $(-5) + (+7) = +2 \in Z$ *fechamento*

f) $[(+1) + (+5)] + (-3) = (+1) + [(+5) + (-3)]$ *associativa*

2) Qual é o elemento neutro da adição em Z?
O zero

3) Aplique a propriedade comutativa.

a) $(+7) + (-8) = (-8) + (+7)$

b) $(-2) + (-1) = (-1) + (-2)$

c) $(-6) + (+4) = (+4) + (-6)$

d) $(+9) + (-2) = (-2) + (+9)$

Adição de três ou mais números.

Para obter a soma de três ou mais números, adicionamos os dois primeiros e, em seguida, adicionamos esse resultado com o terceiro, e assim por diante.

Exemplos:

1) $-12 + 8 - 9 + 2 - 6 =$
$= -4 - 9 + 2 - 6 =$
$= -13 + 2 - 6 =$
$= -11 - 6 =$
$= -17$

2) $+15 - 5 - 3 + 1 - 2 =$
$= +10 - 3 + 1 - 2 =$
$= +7 + 1 - 2 =$
$= +8 - 2 =$
$= +6$

Na adição de números inteiros podemos "cancelar" dois números opostos, porque a soma deles é zero.

Exemplos:

a) $(-\cancel{3}) + (+\cancel{5}) + (+9) + (+\cancel{3}) + (-\cancel{5}) = 9$

b) $-\cancel{3} + \cancel{5} + 9 + \cancel{3} - \cancel{5} = 9$

INDICAÇÃO SIMPLIFICADA

a) *Podemos dispensar o sinal + da primeira parcela quando esta for positiva.*

Exemplos: sem sinal é +

a) $(+7) + (-5) = 7 - 5 = +2$

b) $(+6) + (-9) = 6 - 9 = -3$

b) *Podemos dispensar o sinal + da soma quando esta for positiva.*

Exemplos: sem sinal é +

a) $(-5) + (+7) = -5 + 7 = 2$

b) $(+9) + (-4) = 9 - 4 = 5$

EXERCÍCIOS

1) Calcule:

a) $4 + 10 + 8$ $+22$

b) $5 - 9 + 1$ -3

c) $-8 - 2 + 3$ -7

d) $-15 + 8 - 7$ -14

e) $24 + 6 - 12$ $+18$

f) $18 - 3 - 21$ -6

g) $-14 - 3 - 6 - 1$ -24

h) $-4 + 5 + 6 + 3 - 9$ $+1$

i) $-1 + 2 - 4 - 6 - 3 - 8$ -20

j) $6 - 8 - 3 - 7 - 5 - 1 + 0 - 2$ -20

l) $2 + 9 - 10 - 6 + 14 - 1 + 20$ $+28$

m) $-13 - 1 - 2 - 8 + 4 - 6 - 10$ -36

2) Efetue, cancelando os números opostos:

a) $6 + 4 - 6 + 9 - 9$ $+4$

b) $-7 + 5 - 8 + 7 - 5$ -8

c) $-3 + 5 + 3 - 2 + 2 + 1$ $+6$

d) $-6 + 10 + 1 - 4 + 6$ $+7$

e) $10 - 6 + 3 - 3 - 10 - 1$ -7

f) $15 - 8 + 4 - 4 + 8 - 15$ 0

3) Coloque na forma simplificada (sem os parênteses):

Resolvido. $(+7) + (-2) = 7 - 2$

a) $(+1) + (+4) + (+2)$

b) $(+1) + (+8) + (-2)$

c) $(+5) + (-8) + (-1)$

d) $(-6) + (-2) + (+1)$

a) $+1 + 4 + 2$ *b)* $+1 + 8 - 2$ *c)* $+5 - 8 - 1$ *d)* $-6 - 2 + 1$

4) Calcule:

a) $(-2) + (-3) + (+2)$ -3

b) $(+3) + (-3) + (-5)$ -5

c) $(+1) + (+8) + (-2)$ $+7$

d) $(+5) + (-8) + (-1)$ -4

e) $(-6) + (-2) + (+1)$ -7

f) $(-8) + (+6) + (-2)$ -4

g) $(-7) + 6 + (-3)$ -4

h) $6 + (-6) + (-7)$ -7

i) $-6 + (+9) + (-4)$ -1

j) $(-4) + 2 + 4 + (+1)$ $+3$

5) Determine as seguintes somas:

a) $(-8)+(+10)+(+7)+(-2)$ $+7$

b) $(+20)+(-19)+(-13)+(-8)$ -20

c) $(-5)+(+8)+(+2)+(+9)$ $+14$

d) $(-1)+(+6)+(-3)+(-4)+(-5)$ -7

e) $(+10)+(-20)+(-15)+(+12)+(+30)+(-40)$ -23

6) Dados os números $x = 6$, $y = 5$ e $z = -9$, calcule:

a) $x + y$ $+11$ b) $y + z$ -4 c) $x + z$ -3

7) Calcule $a + b + c$ para:

a) $a = -3$, $b = +7$ e $c = -2$ $(-3)+(+7)+(-2) = +2$

b) $a = -15$, $b = 6$ e $c = +3$ $(-15)+6+(+3) = -6$

c) $a = -12$, $b = -15$ e $c = -13$ $(-12)+(-15)+(-13) = -40$

d) $a = 8$, $b = 2$ e $c = -15$ $8+2+(-15) = -5$

e) $a = +5$, $b = +7$ e $c = -12$ $(+5)+(+7)+(-12) = 0$

f) $a = -10$, $b = +25$ e $c = -5$ $(-10)+(+25)+(-5) = +10$

8) Um reservatório contém 400 litros de água e efetuamos, sucessivamente, as seguintes operações:

- retiramos 70 litros
- colocamos 38 litros
- retiramos 193 litros
- colocamos 101 litros
- colocamos 18 litros

Qual a quantidade de água que ficou no reservatório? *294 litros*

9) Você tinha R$ 72,00. Ganhou mais R$ 18,00, perdeu R$ 12,00 e depois perdeu mais R$ 8,00, ganhou R$ 15,00 e perdeu R$ 40,00. Com quantos reais você ficou? *R$ 45,00*

10) Observe o extrato da conta de um cliente no Banco Moderno, que trabalha com cartão de crédito.

Datas	Depósitos	Retiradas
09/6	R$ 120.000,00	
15/6		R$ 8.000,00
22/6		R$ 96.000,00
24/6		R$ 72.000,00
30/6	R$ 35.000,00	

Em junho o saldo foi positivo ou negativo? Em quanto?
Negativo, em R$ 21.000,00.

SUBTRAÇÃO

A operação de subtração é uma operação inversa à da adição.

Exemplos:

a) $(+8) - (+4) = (+8) + (-4) = +4$

b) $(-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15$

c) $(+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7$

Conclusão:

> Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o oposto do segundo.

Observação:

A subtração no conjunto Z goza apenas da propriedade do fechamento (a subtração é sempre possível).

ELIMINAÇAO DE PARÊNTESES PRECEDIDOS DE SINAL NEGATIVO

Para facilitar o cálculo, eliminamos os parênteses usando o significado do oposto.

Veja:

a) $-(+8)=-8$ (significa: o oposto de $+8$ é -8)

b) $-(-3)=+3$ (significa: o oposto de -3 é $+3$)

Analogamente:

a) $-(+8)-(-3)=-8+3=-5$

b) $-(+2)-(+4)=-2-4=-6$

c) $(+10)-(-3)-(+3)=10+3-3=10$

Conclusão:

> Podemos eliminar parênteses precedidos de **sinal negativo**, trocando-se o sinal do número que está dentro dos parênteses.

EXERCÍCIOS

1) Elimine os parênteses:

a) $-(+5)$ -5

b) $-(-2)$ $+2$

c) $-(+4)$ -4

d) $-(-7)$ $+7$

e) $-(+12)$ -12

f) $-(-15)$ $+15$

g) $-(-42)$ $+42$

h) $-(+56)$ -56

2) Calcule:

a) $(+7)-(+3)$ $+4$

b) $(+5)-(-2)$ $+7$

c) $(-3)-(+8)$ -11

d) $(-1)-(-4)$ $+3$

e) $(+3)-(+8)$ -5

f) $(+9)-(+9)$ 0

g) $(-8)-(+5)$ -13

h) $(+5)-(-6)$ $+11$

i) $(-2)-(-4)$ $+2$

j) $(-7)-(-8)$ $+1$

l) $(+4)-(+4)$ 0

m) $(-3)-(+2)$ -5

3) Calcule:

a) $7-(-2)$ *9*
b) $7-(+2)$ *5*
c) $2-(-9)$ *11*
d) $-5-(-1)$ *−4*
e) $-5-(+1)$ *−6*
f) $-4-(+3)$ *−7*
g) $8-(-5)$ *13*
h) $7-(+4)$ *3*

4) Calcule:

a) $(-4)-(-2)+(-6)$ *−8*
b) $(-7)-(-5)+(-8)$ *−10*
c) $(+7)-(-6)-(-8)$ *21*
d) $(-8)+(-6)-(+3)$ *−17*
e) $(-4)+(-3)-(+6)$ *−13*
f) $20-(-6)-(-8)$ *34*
g) $5-6-(+7)+1$ *−7*
h) $-10-(-3)-(-4)$ *−3*

5) Calcule:

a) $(-5)+(+2)-(-1)+(-7)$ *−9*
b) $(+2)-(-3)+(-5)-(-9)$ *9*
c) $(-2)+(-1)-(-7)+(-4)$ *0*
d) $(-5)+(-6)-(-2)+(-3)$ *−12*
e) $(+9)-(-2)+(-1)-(-3)$ *13*

6) Calcule:

a) $9-(-7)-11$ *5*
b) $-2+(-1)-6$ *−9*
c) $-(+7)-4-12$ *−23*
d) $15-(+9)-(-2)$ *8*
e) $-25-(-5)-30$ *−50*
f) $-50-(+7)-43$ *−100*

7) Calcule:

a) $10-2-5-(+2)-(-3)$ *4*
b) $18-(-3)-13-1-(-4)$ *11*
c) $5-(-5)+3-(-3)+0-6$ *10*
d) $-28+7+(-12)+(-1)-4-2$ *40*
e) $-21-7-6-(-15)-2-(-10)$ *−11*
f) $10-(-8)+(-9)-(-12)-6+5$ *20*

ELIMINAÇÃO DOS PARÊNTESES

1) Parênteses precedidos pelo sinal +

> Ao eliminarmos os parênteses e o sinal + que os precede, devemos **conservar os sinais** dos números contidos nesses parênteses.

Exemplos:

a) $+(-4+5)=-4+5$

b) $+(3+2-7)=3+2-7$

2) Parênteses precedidos pelo sinal –

> Ao eliminarmos os parênteses e o sinal – que os precede, devemos trocar os sinais dos números contidos nesses parênteses.

Exemplos:

a) $-(4-5+3)=-4+5-3$

b) $-(-6+8-1)=+6-8+1$

EXERCÍCIOS

1) Elimine os parênteses:

a) $+(-3+8)$ *$-3+8$*

b) $-(-3+8)$ *$+3-8$*

c) $+(5-6)$ *$+5-6$*

d) $-(-3-1)$ *$+3+1$*

e) $-(-6+4-1)$ *$+6-4+1$*

f) $+(-3-2-1)$ *$-3-2-1$*

g) $-(4-6+8)$ *$-4+6-8$*

h) $+(2+5-1)$ *$+2+5-1$*

2) Elimine os parênteses e calcule:

a) $+5+(7-3)$ *9*

b) $8-(-2-1)$ *11*

c) $-6-(-3+2)$ *-5*

d) $18-(-5-2-3)$ *28*

e) $30-(6-1+7)$ *18*

f) $4+(-5+0+8-4)$ *3*

g) $4+(3-5)+(-2-6)$ *-6*

h) $8-(3+5-20)+(3-10)$ *13*

i) $20-(-6+8)-(-1+3)$ *16*

j) $35-(4-1)-(-2+7)$ *27*

3) Calcule:

a) $10 - (15 + 25)$ *−30*

b) $1 - (25 - 18)$ *−6*

c) $40 - 18 - (10 + 12)$ *0*

d) $(2 - 7) - (8 - 13)$ *0*

e) $7 - (3 + 2 + 1) - 6$ *−5*

f) $-15 - (3 + 25) + 4$ *−39*

g) $-32 - 1 - (-12 + 14)$ *−35*

h) $7 + (-5 - 6) - (-9 + 3)$ *2*

i) $-(+4 - 6) + (2 - 3)$ *1*

j) $-6 - (2 - 7 + 1 - 5) + 1$ *4*

EXPRESSÕES COM NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

Lembre-se de que os sinais de associação são eliminados obedecendo à seguinte ordem:

1º) PARÊNTESES ( );

2º) COLCHETES [ ];

3º) CHAVES { }.

Exemplos:

1

$8 + (+7 - 1) - (-3 + 1 - 5) =$

$= 8 + 7 - 1 + 3 - 1 + 5 =$

$= 23 - 2 = 21$

2

$10 + [-3 + 1 - (-2 + 6)] =$

$= 10 + [-3 + 1 + 2 - 6] =$

$= 10 - 3 + 1 + 2 - 6 =$

$= 13 - 9 =$

$= 4$

3

$-17 + \{+5 - [+2 - (-6 + 9)]\} =$

$= -17 + \{+5 - [+2 + 6 - 9]\}$

$= -17 + \{+5 - 2 - 6 + 9\} =$

$= -17 + 5 - 2 - 6 + 9 =$

$= -25 + 14 =$

$= -11$

EXERCÍCIOS

Calcule o valor das seguintes expressões:

1) $15 - (3 - 2) + (7 - 4)$ *17*

2) $25 - (8 - 5 + 3) - (12 - 5 - 8)$ *20*

3) $(10 - 2) - 3 + (8 + 7 - 5)$ *15*

4) $(9 - 4 + 2) - 1 + (9 + 5 - 3)$ *17*

5) $18 - [2 + (7 - 3 - 8) - 10]$ *30*

6) $-4 + [-3 + (-5 + 9 - 2)]$ *−5*

7) $-6 - [10 + (-8 - 3) - 1]$ *−4*

8) $-8 - [-2 - (-12) + 3]$ *−21*

9) $25 - \{-2 + [6 + (-4 - 1)]\}$ *26*

10) $17 - \{5 - 3 + [8 - (-1 - 3) + 5]\}$ *−2*

11) $3 - \{-5 - [8 - 2 + (-5 + 9)]\}$ *18*

12) $-10 - \{-2 + [+1 - (-3 - 5) + 3]\}$ *−20*

13) $\{2 + [1 + (-15 - 15) - 2]\}$ *−29*

14) $\{30 + [10 - 5 + (-2 - 3)] - 18 - 12\}$ *0*

15) $20 + \{[7 + 5 + (-9 + 7) + 3]\}$ *33*

16) $-4 - \{+2 + [-3 - (-1 + 7)] + 2\}$ *1*

17) $10 - \{-2 + [+1 + (+7 - 3) - 2] + 6\}$ *3*

18) $-\{-2 - [-3 - (-5) + 1]\} - 18$ *−13*

19) $-20 - \{-4 - [-8 + (+12 - 6 - 2) + 2 + 3]\}$ *−15*

20) $\{[(-50 - 10) + 11 + 19] + 20\} + 10$ *0*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule:

a) $-7+6$ *-1*
b) $-8-7$ *-15*
c) $10-2$ *8*
d) $7-13$ *-6*
e) $-1-0$ *-1*

f) $16-20$ *-4*
g) $-18-9$ *-27*
h) $5-45$ *-40*
i) $-15-7$ *-22*
j) $-8+12$ *4*

l) $-32-18$ *-50*
m) $26-45$ *-19*
n) $-72-72$ *-144*
o) $-84+84$ *0*
p) $-10-100$ *-110*

2) Calcule:

a) $-2-4-1$ *-7*
b) $-8+6-1$ *-3*
c) $12-7+3$ *8*
d) $4+13-21$ *-4*
e) $-8+8+1$ *1*
f) $-7+6+9$ *5*

g) $-5-3-4-1$ *-13*
h) $+10-43-17$ *-50*
i) $-6-6+73$ *61*
j) $-30+30-40$ *-40*
l) $-60-18+50$ *-28*
m) $142-438+165$ *-131*

3) Calcule:

a) $(+5)+(-8)$ *-3*
b) $(-2)-(-3)$ *$+1$*
c) $(-3)-(-9)$ *$+6$*
d) $(-7)-(-8)$ *$+1$*

e) $(-8)+(-6)-(-7)$ *-7*
f) $(-4)+(-6)+(-3)$ *-13*
g) $15-(-3)-(-1)$ *$+19$*
h) $32-(+1)-(-5)$ *$+36$*

4) Calcule:

a) $8-(+4-1)$ *5*
b) $-5-(-2+3-1)$ *-5*
c) $18+(-1+8+2)$ *27*
d) $20-(+6-1+7)$ *8*
e) $14+(+7)+(-6+4)$ *19*

f) $15-(2-4)-6$ *11*
g) $5+(6-8)+4$ *7*
h) $6-(-3-1)-2$ *8*
i) $-(2-5)-(-3+8)-1$ *-3*
j) $-(10+1)-(-3)+5-2$ *-5*

5) Calcule o valor das expressões:

a) $-[-(-8)]$ -8

b) $-[-(-6+9)]$ $+3$

c) $-10+7+[-(-9)]$ 6

d) $(-5)+[-(-4)]$ -1

e) $-[-(2+4)]$ $+6$

f) $-[10+(-8)]$ -2

g) $0-(-4-8)+3$ 15

h) $-[-2-(-1-3)]$ -2

i) $-3-[-(-4+5)]$ -2

j) $-[(-1+3)-4]$ 2

l) $-[-2-(-7)-1]$ -4

m) $-[-3-8-(5+4)]$ 20

6) Calcule o valor das expressões:

a) $(10-2)-3+(8+7-5)$ 15

b) $15+[-4-(-2+7)]$ 6

c) $-4+[-5-(+2-1)+1]$ -9

d) $4-7-[-10+(5-2)+4]$ 0

7) Calcule o valor das expressões:

a) $-10+[2-1+(-20+4)]$ -25

b) $25-[-5-(2-5-1)+3]+9$ 32

c) $20-4-[4-(-6+10)]$ 16

d) $+2+\{+8-[-5-(+7-2)]-7\}$ 13

e) $25-\{8-6+[9-(4-2)-5]\}$ 21

f) $45-\{2-[5+4+(6-2)-(7+3-9)+6]-7\}+8$ 76

8) Calcule o valor das expressões:

a) $-65-[-20+5-(-15+5)+40]$ -100

b) $25-\{-8-[3+(-6-2)+5]\}$ 33

c) $16-(-3)+[-4+2-(-12+2)]$ 27

d) $-35+\{7+[-12-(-18+2-1)]-16\}$ -39

e) $-[4-(5-10+6)]+[-3+(3+1-2)]$ -4

f) $\{[(0-6)-(0+2)]+[(0-3)-(0+5)]\}-(-20)$ 4

TESTES

1) Um jogador ganha R$ 3.000,00 em uma aposta e perde R$ 3.500,00 em outra. O resultado final das duas apostas pode ser representado por:

a) + R$ 500,00
■ b) − R$ 500,00
c) + R$ 6.500,00
d) − R$ 6.500,00

2) Durante uma experiência, a temperatura foi medida e estava marcando − 3°C. O professor pediu para baixar 5°C essa temperatura. Se isso acontecer, o termômetro marcará:

a) 2°C
b) 8°C
c) − 2°C
■ d) − 8°C

3) Os resultados de 8 − 5 e 5 − 8 são, respectivamente, iguais a:

a) 3 e 3
■ b) 3 e − 3
c) − 3 e 3
d) − 3 e − 3

4) Observe as igualdades:

I) $-7 + 7 = 0$ *(V)*
II) $10 - 12 = 2$ *(F)*
III) $-1 - 1 = -2$ *(V)*
IV) $-6 + 4 = -2$ *(V)*

Quantas são verdadeiras?

a) 1
b) 2
■ c) 3
d) 4

5) Dados os números:

- $x = -5 + 5 - 5$
- $y = -5 - 5 - 5$
- $z = 10 - 10 + 10$
- $t = 10 - 10 - 10$

Qual é o menor?

a) x
■ b) y
c) z
d) t

6) Qual expressão tem como valor -10?

a) $30 - 10 + 20 - 10$
b) $80 - 60 + 20 - 10$
c) $10 - 20 + 10 - 10$
d) $-10 + 50 - 30 + 20$

7) O valor da expressão $-1000 + 100 - 10 + 1$ é:

a) -889
b) -891
c) -909
d) -1089

8) O valor da expressão $-2-(-2)-4-(-4)$ é:

a) 2
b) 0
c) -4
d) -12

9) O valor da expressão $(-5-2)+(-5+2)+(5-2)$ é:

a) -1
b) -7
c) 13
d) -13

10) O valor da expressão $-(35-40)-\{5-[10+(-7-8)]\}$ é:

a) 5
b) -5
c) -15
d) 25

11) A expressão $-(-a)-(+b)-(-c)+(-d)$ é igual a:

a) $-a+b-c-d$
b) $a-b-c+d$
c) $a+b-c-d$
d) $a-b+c-d$

12) O valor da expressão $x - y$, para $x = -10$ e $y = -30$, é:

a) 20
b) 40
c) -20
d) -40

13) O valor da expressão $a - b + c$ para $a = 13$, $b = -6$ e $c = -7$ é:

a) 0
b) 14
c) 12
d) 26

14) Sabendo que $x + y = -5$ e $m + n = +9$, o valor da expressão $(x + y) + (m + n)$ é:

■ a) 4
b) -4
c) 14
d) -14

15) Observe as igualdades:

I) $7 - (-1) = 8$ *(V)*
II) $-50 - (-1) = -51$ *(F)*
III) $25 - 30 = -(30 - 25)$ *(V)*

Quantas são verdadeiras?

a) 0
b) 1
■ c) 2
d) 3

16) José depositou em sua conta bancária as importâncias de R$ 300,00 e R$ 200,00. Posteriormente, retirou R$ 350,00 e R$ 250,00. O saldo de sua conta corrente representado com números relativos é

a) R$ 100,00
b) R$ 200,00
■ c) – R$ 100,00
d) – R$ 200,00

17) Uma pessoa tem R$ 500,00 na sua conta bancária e faz, sucessivamente, as seguintes operações bancárias:

- coloca R$ 200,00,
- retira R$ 900,00,
- coloca R$ 600,00,
- retira R$ 700,00.

O saldo final pode ser representado por:

a) R$ 200,00
b) R$ 300,00
c) – R$ 200,00
■ d) – R$ 300,00

3

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO EM Z

MULTIPLICAÇÃO

1) Multiplicação de dois números de sinais iguais.

Observe os exemplos:

a) $(+5) \cdot (+2) = +10$

b) $(+3) \cdot (+7) = +21$

c) $(-5) \cdot (-2) = +10$

d) $(-3) \cdot (-7) = +21$

Conclusão:

> Se os fatores tiverem **sinais iguais**, o produto é **positivo.**

2 Multiplicação de dois números de sinais diferentes.

Observe os exemplos:

a) $(+3) \cdot (-2) = -6$

b) $(-5) \cdot (+4) = -20$

c) $(+6) \cdot (-5) = -30$

d) $(-1) \cdot (+7) = -7$

Conclusão:

> Se os fatores tiverem **sinais diferentes**, o produto é **negativo.**

Regra prática dos sinais na multiplicação:

SINAIS IGUAIS: *o resultado é +*	(+) . (+) = + (−) . (−) = +
SINAIS DIFERENTES: *o resultado é −*	(+) . (−) = − (−) . (+) = −

EXERCÍCIOS

1) Qual é o sinal de um produto:

a) que tem dois números positivos? *É positivo.*

b) que tem dois números negativos? *É positivo.*

c) que tem um número positivo e outro negativo? *É negativo.*

2) Efetue as multiplicações:

a) (+ 8) . (+ 5) *40*

b) (− 8) . (− 5) *40*

c) (+ 8) . (− 5) *−40*

d) (− 8) . (+ 5) *−40*

e) (− 3) . (+ 9) *−27*

f) (+ 3) . (− 9) *−27*

g) (− 3) . (− 9) *27*

h) (+ 3) . (+ 9) *27*

i) (+ 7) . (− 10) *−70*

j) (+ 7) . (+ 10) *70*

l) (− 7) . (+ 10) *−70*

m) (− 7) . (− 10) *70*

3) Calcule os produtos:

a) (+ 4) . (+ 3) *12*

b) (− 5) . (+ 7) *−35*

c) (+ 9) . (− 2) *−18*

d) (− 8) . (− 7) *56*

e) (− 4) . (+ 6) *−24*

f) (− 2) . (− 4) *8*

g) (+ 9) . (+ 5) *45*

h) (+ 4) . (− 2) *−8*

i) (+ 8) . (+ 8) *64*

j) (− 4) . (+ 7) *−28*

l) (− 6) . (− 6) *36*

m) (+ 2) . (− 7) *−14*

4) Calcule os produtos:

a) $(+2) \cdot (+1)$ 2
b) $(-1) \cdot (-3)$ 3
c) $(-6) \cdot (+1)$ -6
d) $(+7) \cdot 0$ 0
e) $(-1) \cdot (-8)$ 8
f) $0 \cdot (+5)$ 0
g) $(-1) \cdot (-1)$ 1
h) $(-6) \cdot 0$ 0
i) $0 \cdot (-9)$ 0
j) $(-12) \cdot (-15)$ 180
l) $(-14) \cdot (+14)$ -196
m) $(+42) \cdot (-37)$ -1554

5) Calcule os produtos:

a) $13 \cdot 20$ 260
b) $13 \cdot (-2)$ 26
c) $6 \cdot (-1)$ -6
d) $8 \cdot (+1)$ 8
e) $7 \cdot (-6)$ -42
f) $5 \cdot (-10)$ -50
g) $(-8) \cdot 2$
h) $(-1) \cdot 4$ -4
i) $(-16) \cdot 0$ 0

3 Multiplicação com mais de dois números relativos

Multiplicamos o primeiro número pelo segundo. O produto obtido pelo terceiro e, assim, sucessivamente, até o último fator.

Exemplos:

a) $(+3) \cdot (-2) \cdot (+5) = (-6) \cdot (+5)$
$= -30$

b) $(-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) = (+12) \cdot (-5) \cdot (-6)$
$= (-60) \cdot (-6)$
$= +360$

EXERCÍCIOS

1) Determine o sinal de cada produto:

a) $(+) \cdot (+) \cdot (+)$ +
b) $(-) \cdot (+) \cdot (-)$ +
c) $(-) \cdot (-) \cdot (+)$ +
d) $(-) \cdot (-) \cdot (-)$ −
e) $(+) \cdot (-) \cdot (-) \cdot (+)$ +
f) $(-) \cdot (+) \cdot (+) \cdot (-)$ +
g) $(-) \cdot (+) \cdot (-) \cdot (-)$
h) $(-) \cdot (-) \cdot (-) \cdot (-)$ +

2) Determine os produtos:

a) $(-2) \cdot (+3) \cdot (+4)$ -24

b) $(+5) \cdot (-1) \cdot (+2)$ -10

c) $(-6) \cdot (+5) \cdot (-2)$ $+60$

d) $(+8) \cdot (-2) \cdot (-3)$ $+48$

e) $(+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)$ -1

f) $(+3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-5)$ -30

g) $(-2) \cdot (-4) \cdot (+6) \cdot (+5)$ $+240$

h) $(+1) \cdot (-1) \cdot (+1) \cdot (-1)$ $+1$

3) Calcule os produtos:

a) $(+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1)$ 1

b) $(-3) \cdot (+2) \cdot (-4) \cdot (+1) \cdot (-5)$ -120

c) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5)$ -120

d) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ 64

e) $(+1) \cdot (+3) \cdot (-6) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (+2)$ -72

f) $(+3) \cdot (-2) \cdot (+4) \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-6)$ 720

4) Calcule:

a) $5 \cdot (-3) \cdot (-4)$ $+60$

b) $1 \cdot (\ 7) \cdot 2$ 14

c) $8 \cdot (-2) \cdot 2$ -32

d) $(-2) \cdot (-4) \cdot 5$ $+40$

e) $3 \cdot 4 \cdot (-7)$ -84

f) $6 \cdot (-2) \cdot (-4)$ $+48$

5) Calcule $x \cdot y \cdot z$, sabendo que:

a) $x = +5$; $y = -6$ e $z = -2$ 60

b) $x = +3$; $y = +4$ e $z = -1$ -12

c) $x = -7$; $y = -7$ e $z = -7$ -343

d) $x = -5$; $y = -2$ e $z = +4$ 40

6) Calcule o valor das expressões (efetue primeiro as multiplicações):

Resolvidos.

a) $15 - 7 \cdot 8 =$

$= 15 - 56 =$

$= -41$

b) $30 - (-3) \cdot (+9) =$

$= 30 - (-27) =$

$= 30 + 27 =$

$= 57$

7) Calcule o valor das expressões:

a) $2 \cdot 3 - 10$ *−4*

b) $18 - 7 \cdot 9$ *−45*

c) $3 \cdot 4 - 20$ *−8*

d) $-15 + 2 \cdot 3$ *−9*

e) $15 + (-8) \cdot (+4)$ *−17*

f) $10 + (+2) \cdot (-5)$ *0*

g) $31 - (-9) \cdot (-2)$ *13*

h) $(-4) \cdot (-7) - 12$ *16*

i) $(-7) \cdot (+5) + 50$ *15*

j) $-18 + (-6) \cdot (+7)$ *−60*

l) $15 + (-7) \cdot (-4)$ *43*

m) $(+3) \cdot (-5) + 35$ *20*

8) Calcule o valor das expressões:

a) $2 \cdot (+5) + 13$ *23*

b) $3 \cdot (-3) + 8$ *−1*

c) $-17 + 5 \cdot (-2)$ *−27*

d) $(-9) \cdot 4 + 14$ *−22*

e) $(-7) \cdot (-5) - (-2)$ *37*

f) $(+4) \cdot (-7) + (-5) \cdot (-3)$ *−13*

g) $(-3) \cdot (-6) + (-2) \cdot (-8)$ *34*

h) $(+3) \cdot (-5) - (+4) \cdot (-6)$ *9*

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

1) **Fechamento:** o produto de dois números inteiros é sempre um número inteiro.

Exemplo: $(+2) \cdot (-5) = (-10) \in Z$

2) **Comutativa:** a ordem dos fatores não altera o produto.

Exemplo: $(-3) \cdot (+5) = (+5) \cdot (-3)$

3) **Elemento neutro:** o número + 1 é o elemento neutro da multiplicação.

Exemplo: $(-6) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-6) = -6$

4) **Associativa:** na multiplicação de três números inteiros, podemos associar os dois primeiros ou os dois últimos, sem que isso altere o resultado.

Exemplo: $(-2) \cdot [(+3) \cdot (-4)] = [(-2) \cdot (+3)] \cdot (-4)$

5) **Distributiva**

Exemplo: $(-2) \cdot [(-5) + (+4)] = (-2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (+4)$

EXERCÍCIOS

1) Aplique a propriedade comutativa:

a) $(+7) \cdot (-8)$ $= (-8) \cdot (+7)$

b) $(-2) \cdot (-1)$ $= (-1) \cdot (-2)$

c) $(-6) \cdot (+4)$ $= (+4) \cdot (-6)$

d) $(+9) \cdot (-2)$ $= (-2) \cdot (+9)$

2) Qual é o elemento neutro da multiplicação em Z?

É o um.

3) Aplique a propriedade distributiva e efetue os cálculos:

Resolvido $-3 \cdot (+7-4) = -21 + 12 = -9$

a) $2 \cdot (-4+7)$ *6*

b) $-3 \cdot (+9-1)$ *24*

c) $+8 \cdot (-2+3)$ *8*

d) $-10 \cdot (3-5)$ *20*

e) $(15-7) \cdot (+2)$ *16*

f) $(-4+5) \cdot (-1)$ *1*

g) $(-2-7) \cdot (-3)$ *27*

h) $(-10+4) \cdot (-8)$ *48*

DIVISÃO

Você sabe que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

Observe:

a) $(+12) : (+4) = (+3)$, porque $(+3) \cdot (+4) = +12$.

b) $(-12) : (-4) = (+3)$, porque $(+3) \cdot (-4) = -12$.

c) $(+12) : (-4) = (-3)$, porque $(-3) \cdot (-4) = +12$.

d) $(-12) : (+4) = (-3)$, porque $(-3) \cdot (+4) = -12$.

Regra prática dos sinais na divisão.

A regra de sinais na divisão é igual à da multiplicação:

SINAIS IGUAIS: *o resultado é +*	(+) : (+) = + (−) : (−) = +
SINAIS DIFERENTES: *o resultado é −*	(+) : (−) = − (−) : (+) = −

Convém destacar que:

a) A divisão nem sempre é possível em Z.

Exemplo: $(+9) : (-2) = \square \quad (\square \notin Z)$

b) O zero nunca pode ser divisor.

Exemplos: $(+5) : 0$ é impossível
$(-2) : 0$ é impossível

EXERCÍCIOS

1) Qual o sinal do quociente quando:

a) o dividendo e o divisor são positivos? *É positivo.*

b) o dividendo e o divisor são negativos? *É positivo.*

c) o dividendo e o divisor têm sinais contrários? *É negativo*

2) Calcule os quocientes:

a) $(+15) : (+3)$ *5*
b) $(+15) : (-3)$ *−5*
c) $(-15) : (-3)$ *5*
d) $(-5) : (+1)$ *5*
e) $(-8) : (-2)$ *4*
f) $(-6) : (+2)$ *−3*
g) $(+7) : (-1)$ *7*
h) $(-8) : (-8)$ *1*
i) $(+7) : (-7)$ *−1*

3) Calcule os quocientes:

a) (+ 40) : (– 5) *– 8*
b) (+ 40) : (+ 2) *20*
c) (– 42) : (+ 7) *– 6*
d) (– 32) : (– 8) *4*
e) (– 75) : (– 15) *5*
f) (– 15) : (– 15) *1*
g) (– 80) : (– 10) *8*
h) (– 48) : (+ 12) *– 4*
i) (– 32) : (– 16) *2*
j) (+ 60) : (– 12) *– 5*
l) (– 64) : (+ 16) *– 4*
m) (– 28) : (– 14) *2*

4) Calcule os quocientes:

a) 0 : (+ 5) *0*
b) 49 : (– 7) *– 7*
c) 0 : (– 2) *0*
d) 15 : (– 15) *– 1*
e) 48 : (– 6) *– 8*
f) 17 : (– 1) *– 17*
g) 0 : (+ 150) *0*
h) (– 55) : 55 *– 1*
i) (– 880) : 11 *– 80*

5) Calcule o valor das expressões (efetue primeiro as divisões):

a) 20 : 2 – 7 *3*
b) – 8 + 12 : 3 *– 4*
c) 6 : (– 2) + 1 *– 2*
d) 8 : (– 4) – (– 7) *5*
e) (– 15) : (– 3) + 7 *12*
f) 40 – (– 25) : (– 5) *35*
g) (– 16) : (+ 4) + 12 *8*
h) 18 : 6 + (– 28) : (– 4) *10*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule os seguintes produtos:

a) (+ 25) . (– 20) *– 500*
b) (– 36) . (– 36) *1296*
c) (– 12) . (+ 18) *– 216*
d) (+ 24) . (– 11) *– 264*
e) (+ 12) . (– 30) . (– 1) *360*
f) (– 8) . (– 3) . 0 . (– 15) *0*
g) (– 1) . (– 10) . (– 3) . (+ 6) *– 180*
h) (– 2) . (+ 4) . (– 3) . (+ 5) . (+ 2) *240*

2) Calcule os seguintes quocientes:

a) (+ 265) : (– 5) *– 53*
b) (+ 824) : (+ 4) *206*
c) (– 180) : (– 12) *15*
d) (– 480) : (– 10) *48*
e) 720 : (– 8) *– 90*
f) 0 : (– 568) *0*
g) (– 330) : 15 *– 22*
h) (– 101) : 101 *– 1*

3) Efetue apenas as divisões que são possíveis em Z:

a) (– 15) : (+ 1) *– 15*

b) (+ 1) : (– 1) *– 1*

c) 0 : (– 25) *0*

d) (+ 18) : 0

e) (+ 1) : (+ 4)

f) (– 78) : (– 14)

g) (+ 18) : (– 36)

h) (– 6600) : (+ 30) *– 220*

4) Calcule:

a) 8 . (– 6) . (– 2) *96*

b) 3 . (+ 2) . (– 1) *– 6*

c) 5 . (– 4) . (– 4) *80*

d) (– 2) . 5 . (– 3) *30*

e) – 2 . (– 3) . (– 1) *– 6*

f) – 4 . (– 1) . (– 1) *– 4*

5) Calcule o valor das expressões:

a) – 14 + 42 : 3 *0*

b) 40 : (– 2) + 9 *11*

c) (– 12) : 3 + 6 *2*

d) (– 54) : (– 9) + 2 *8*

e) 20 + (– 10) . (– 5) *70*

f) (– 1) . (– 8) + 20 *28*

g) 4 + 6 . (– 2) *– 8*

h) 3 . (– 7) + 40 *19*

i) (+ 3) . (– 2) – 25 *– 31*

j) (– 4) . (– 5) + 8 . (+ 2) *36*

l) 5 : (– 5) + 9 . 2 *17*

m) 36 : (– 6) + 5 . 4 *14*

6) Calcule:

a) (– 5 + 0) . (– 4 – 7) *55*

b) (+ 7 – 2) . (+ 1 – 4) *– 15*

c) (0 – 4) . (– 2 + 6) *– 16*

d) (+ 1 + 4) . (– 6 – 7) *– 65*

e) (– 3 + 5) . (– 4 + 1) *– 6*

f) (– 1 – 6) . (– 8 – 3) *77*

7) Calcule o valor de x . y nos seguintes casos:

a) x = + 4 e y = + 5 *20*

b) x = – 5 e y = + 3 *– 15*

c) x = – 6 e y = – 7 *42*

d) x = 18 e y = – 9 *– 162*

8) Obtenha o valor da expressão $3 . x - 1$ para cada valor de x dado:

a) $x = 15$ *44* b) $x = -30$ *−91* c) $x = 0$ *−1*

TESTES

1) O valor da expressão $50 - 30 : 10 + 5$ é:

a) 7
b) 42
c) 48
■ d) 52

2) O resultado de $-1 . (-2) . (-3) . (-4)$ é:

■ a) 24
b) 25
c) −24
d) −25

3) Se $(m) . (-7) = 21$, então o valor de m é:

a) 14
b) −14
c) 3
■ d) −3

4) O resultado de $(+a) . (-b) . 0 . (-c)$ é:

a) negativo
b) positivo
■ c) nulo
d) −abc

5) O resultado de $2 . (-5) . (-1) . 8 . (-6)$ é:

a) 480
b) 960
■ c) −480
d) −960

6) A sentença verdadeira é:

a) $(+8) : 0 = +8$
b) $(-6) : 0 = 0$
c) $0 : (+2) = +2$
■ d) $0 : (-2) = 0$

7) O valor da expressão $-8 + (-81) : (-27)$ é:

a) 5
■ b) −5
c) 11
d) −11

8) O valor da expressão $(-121) : (-11) + (+8) . (+9)$ é:

a) 61 ■ c) 83

b) -61 d) -83

9) O valor da expressão $(-3) . (-5+7)$ é:

a) 6 c) 48

■ b) -6 d) -48

10) O valor da expressão $(-2-3) . (1-4)$ é:

■ a) 15 c) 3

b) -15 d) -3

11) O valor da expressão $(5-1) . (-6+3) . (-2-8)$ é:

■ a) 120 c) 280

b) -120 d) -280

12) O valor da expressão $20 + (-3) . (+4) - (-2)$ é:

■ a) 10 c) 30

b) 6 d) 34

13) O valor da expressão $[(-12) + (+15)] : (-3)$ é:

a) 1 c) 9

■ b) -1 d) -9

14) O valor da expressão $x . y + 5$ para $x = +3$ e $y = -2$ é:

a) 1 c) 11

■ b) -1 d) -11

15) O valor da expressão $5 - 2 . x$ para $x = -8$ é:

a) 13 ■ c) 21

b) 15 d) -11

16) O valor da expressão $(x+3) . (x-3)$ para $x = -4$ é:

a) 0 c) -6

■ b) 7 d) -9

17) O valor da expressão $\underbrace{(-1) . (-1) . (-1) \ldots (-1)}_{\text{15 fatores}}$ é:

a) 0 ■ c) -1

b) 1 d) -15

4

POTENCIAÇÃO E RAIZ QUADRADA EM Z

POTENCIAÇÃO

A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Exemplo: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Você sabe também que:

- 2 é a base,
- 3 é o expoente,
- 8 é a **potência** (resultado).

1) **O expoente é par.**

Observe os exemplos:

a) $(+7)^2 = (+7) \cdot (+7) = +49$
b) $(-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = +49$
c) $(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16$
d) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

Conclusão:

> Quando o expoente for **par**, a potência é um número **positivo.**

2) **O expoente é ímpar.**

Observe os exemplos:

a) $(+4)^3 = (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) = +64$
b) $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
c) $(+2)^5 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +32$
d) $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

Conclusão:

> Quando o expoente for **ímpar**, a potência tem o mesmo sinal da base.

RESUMO:

$(+)^{par} = +$	$(+)^{ímpar} = +$
$(\ \ )^{par} = +$	$(-)^{ímpar} = -$

Exemplos:

a) $(+3)^{2} = +9$

b) $(-3)^{4} = +81$

c) $(+2)^{3} = +8$

d) $(-2)^{3} = -8$

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) $(+7)^2$ *+ 49*
b) $(+4)^2$ *+ 16*
c) $(+3)^2$ *+ 9*
d) $(+5)^3$ *+ 125*
e) $(+2)^3$ *+ 8*
f) $(+3)^3$ *+ 27*
g) $(+2)^4$ *+ 16*
h) $(+2)^5$ *+ 32*
i) $(-5)^2$ *+ 25*
j) $(-3)^2$ *+ 9*
l) $(-2)^3$ *− 8*
m) $(-5)^3$ *− 125*
n) $(-1)^3$ *− 1*
o) $(-2)^4$ *+ 16*
p) $(-3)^3$ *− 27*
q) $(-3)^4$ *+ 81*

2) Calcule as potências:

a) $(-6)^2$ *+ 36*
b) $(+3)^4$ *+ 81*
c) $(-6)^3$ *− 216*
d) $(-10)^2$ *+ 100*
e) $(+10)^2$ *+ 100*
f) $(-3)^5$ *− 243*
g) $(-1)^3$ *− 1*
h) $(-1)^4$ *+ 1*
i) $(+2)^6$ *+ 64*
j) $(-1)^6$ *+ 1*
l) $(+2)^6$ *+ 64*
m) $(-4)^2$ *+ 16*
n) $(-9)^2$ *+ 81*
o) $(-1)^{54}$ *+ 1*
p) $(-1)^{13}$ *− 1*
q) $(-4)^3$ *− 64*
r) $(-8)^2$ *+ 64*
s) $(-7)^2$ *+ 49*

3) Calcule as potências:

a) 0^7 *0*

b) $(-2)^8$ *256*

c) $(-3)^5$ *– 243*

d) $(-11)^3$ *– 1331*

e) $(-21)^2$ *441*

f) $(+11)^3$ *+ 1331*

g) $(-20)^3$ *– 8000*

h) $(+50)^2$ *2500*

i) $(+1)^{397}$ *1*

j) $(+1)^{658}$ *1*

l) $(-1)^{999}$ *– 1*

m) $(-1)^{1000}$ *1*

4) Qual é o sinal de uma potência de:

a) base positiva e expoente par? *É positivo.*

b) base negativa e expoente par? *É positivo*

c) base positiva e expoente ímpar? *É positivo.*

d) base negativa e expoente ímpar? *É negativo.*

5) Qual é o **sinal** de cada uma das seguintes potências (responda sem calcular os resultados)?

a) $(+9)^5$ *+*

b) $(-4)^8$ *+*

c) $(-4)^5$ *–*

d) $(+8)^3$ *+*

e) $(-2)^{14}$ *+*

f) $(-3)^7$ *–*

g) $(+3)^{10}$ *+*

h) $(+5)^7$ *+*

i) $(-2)^9$ *–*

6) Calcule o valor das expressões (primeiro as potências):

a) $15 + (+5)^2$ *40*

b) $32 - (+7)^2$ *– 17*

c) $18 + (-5)^2$ *43*

d) $40 - (-2)^3$ *48*

e) $(-8)^2 + 14$ *78*

f) $(-7)^2 - 60$ *– 11*

g) $(-2)^5 + 21$ *11*

h) $(-3)^3 - 13$ *– 40*

i) $(-4)^2 + (-2)^4$ *32*

j) $(-3)^2 + (-2)^3$ *1*

l) $(-1)^6 + (-3)^3$ *26*

m) $(-2)^3 + (-1)^5$ *- 9*

CONVENÇÕES:

- *Todo número inteiro elevado a 1 é igual a ele mesmo.*

Exemplos: a) $(+7)^1 = +7$

b) $(-3)^1 = -3$

- *Todo número inteiro elevado a zero é igual a 1.*

Exemplos: a) $(+5)^0 = 1$

b) $(-8)^0 = 1$

IMPORTANTE!

Observe como a colocação dos parênteses é importante:

a) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

b) $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$

Para que a base seja negativa, ela deve estar entre parênteses.

Conclusão:

$$(-3)^2 \neq -3^2$$

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) $(+6)^1$ *+6*
b) $(-2)^1$ *−2*
c) $(+10)^1$ *+10*
d) $(-4)^0$ *+1*
e) $(+7)^0$ *+1*
f) $(-10)^0$ *+1*
g) $(-1)^0$ *1*
h) $(+1)^0$ *1*
i) $(-1)^{423}$ *1*
j) $(-50)^1$ *−50*
l) $(-100)^0$ *1*
m) 20000^0 *1*

2) Calcule:

a) $(-2)^6$ *64*
b) -2^6 *−64*

Os resultados são iguais ou diferentes?

Diferentes

3) Calcule as potências:

a) $(-5)^2$ *+25*
b) -5^2 *−25*
c) $(-7)^2$ *+49*
d) -7^2 *−49*
e) $(-1)^4$ *+1*
f) -1^4 *−1*
g) $(-2)^4$ *+16*
h) -2^4 *−16*
i) $(-9)^2$ *+81*
j) -9^2 *−81*
l) $(-10)^3$ *−1000*
m) -10^3 *−1000*
n) $(-1)^6$ *1*
o) -1^6 *−1*
p) $(-7)^3$ *343*
q) -7^3 *−343*
r) $(-15)^0$ *1*
s) -15^0 *−1*

4) Calcule o valor das expressões (primeiro as potências):

a) $35 + 5^2$ *60*

b) $50 - 4^3$ *− 14*

c) $-18 + 10^2$ *82*

d) $-6^2 + 20$ *− 16*

e) $-12 - 1^7$ *− 13*

f) $-2^5 - 40$ *− 72*

g) $2^5 + 0 - 2^4$ *16*

h) $2^4 - 2^2 - 2^0$ *11*

i) $-3^2 + 1 - 65^0$ *− 9*

j) $4^2 - 5 + 0 + 7^2$ *60*

l) $10 - 7^2 - 1 + 2^3$ *− 32*

m) $3^4 - 3^3 + 3^2 - 3^1 + 3^0$ *61*

5) Determine o valor numérico das expressões:

a) $x^2 + 3$ para $x = 5$ *28*

b) $x^2 + 7$ para $x = -7$ *56*

c) $x^3 - 8$ para $x = -1$ *− 9*

d) $x^5 + 7$ para $x = -2$ *− 25*

e) $x^2 - y^2$ para $x = -5$ e $y = 3$ *16*

f) $y^2 - x^2$ para $x = 7$ e $y = -10$ *51*

PROPRIEDADES

1) Produto de potências de mesma base: somam-se os expoentes.

Observe: $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^5$

Note que: $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$

Exemplos:
a) $(-5)^7 \cdot (-5)^2 = (-5)^{7+2} = (-5)^9$
b) $(+2)^3 \cdot (+2)^4 = (+2)^{3+4} = (+2)^7$

Observe que a base é sempre a mesma em cada exemplo.

EXERCÍCIOS

1) Reduza a uma só potência:

a) $5^6 \cdot 5^3$ 5^9

b) $x^7 \cdot x^8$ x^{15}

c) $2^4 \cdot 2 \cdot 2^9$ 2^{14}

d) $x^5 \cdot x^3 \cdot x$ x^9

e) $m^7 \cdot m^0 \cdot m^5$ m^{12}

f) $a \cdot a^2 \cdot a$ a^4

2) Reduza a uma só potência:

a) $(+5)^7 \cdot (+5)^2$ $(+5)^9$

b) $(+6)^2 \cdot (+6)^3$ $(+6)^5$

c) $(-3)^5 \cdot (-3)^2$ $(-3)^7$

d) $(-4)^2 \cdot (-4)$ [illegible]

e) $(+7) \cdot (+7)^4$ [illegible]

f) $(-8) \cdot (-8) \cdot (-8)$ $(-8)^3$

g) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2$ $(-5)^6$

h) $(+3) \cdot (+3) \cdot (+3)^7$ $(+3)^9$

i) $(-6)^2 \cdot (-6) \cdot (-6)^2$ [illegible]

j) $(+9)^3 \cdot (+9) \cdot (+9)^4$ [illegible]

2. Divisão de potencias de mesma base subtraem-se os expoentes.

Observe: $a^5 : a^2 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) : (a \cdot a) = a^3$

Note que: $a^5 : a^2 = a^{5-2} = a^3$

Exemplos: a) $(-5)^8 : (-5)^6 = (-5)^{8-6} = (-5)^2$

b) $(+7)^9 : (+7)^6 = (+7)^{9-6} = (+7)^3$

EXERCÍCIOS

1) Reduza a uma só potência:

a) $a^7 : a^3$ a^4

b) $c^8 : c^2$ c^6

c) $m^3 : m$ m^2

d) $x^5 : x^0$ x^5

e) $y^{25} : y^{25}$ $y^0 = 1$

f) $a^{102} : a$ a^{101}

2) Reduza a uma só potência:

a) $(-3)^7 : (-3)^2$ $(-3)^5$

b) $(+4)^{10} : (+4)^3$ [illegible]

c) $(-5)^6 : (-5)^2$ $(-5)^4$

d) $(+3)^9 : (+3)$ $(+3)^8$

e) $(-2)^8 : (-2)^5$ $(-2)^3$

f) $(-3)^7 : (-3)$ [illegible]

g) $(-9)^4 : (-9)$ $(-9)^3$

h) $(-4)^2 : (-4)^2$ $(-4)^0 = 1$

3) Calcule os quocientes:

a) $(-5)^6 : (-5)^4$ *25*

b) $(-3)^5 : (-3)^2$ *−27*

c) $(-4)^8 : (-4)^5$ *−64*

d) $(-1)^9 : (-1)^2$ *−1*

e) $(-7)^8 : (-7)^6$ *49*

f) $(+10)^6 : (+10)^3$ *1000*

3) **Potência de potência**: multiplicam-se os expoentes.

Observe: $(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2+2+2} = a^6$

Note que: $(a^2)^3 = a^6$

Exemplos:

a) $[(-2)^3]^4 = (-2)^{12}$

b) $[(+3)^5]^2 = (+3)^{10}$

EXERCÍCIOS

1) Aplique a propriedade de potência de potência.

a) $[(-4)^2]^3$

b) $[(+5)^3]^4$

c) $[(-3)^3]^2$

d) $[(-7)^3]^3$

e) $[(+2)^4]^5$

f) $[(-7)^5]^3$

g) $[(-1)^2]^6$

h) $[(+2)^3]^2$

i) $[(-5)^0]^3$

2) Calcule o valor de:

a) $[(+3)^3]^2$ *729*

b) $[(-3)^1]^5$ *243*

c) $[(-1)^6]^2$ *1*

d) $[(-1)^3]^7$ *−1*

e) $[(-2)^2]^3$ *64*

f) $[(+10)^2]^2$ *10000*

4) **Potência de um produto.**

Observe: $(a \cdot b)^3 = (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b)$

$= (a \cdot a \cdot a) \cdot (b \cdot b \cdot b)$

$= a^3 \cdot b^3$

Exemplos:

a) $[(-2) \cdot (+5)]^3 = (-2)^3 \cdot (+5)^3$

b) $[(+7) \cdot (-3)]^4 = (+7)^4 \cdot (-3)^4$

EXERCÍCIOS

1) Aplique a propriedade de potência de um produto:

a) $[(-2) \,.\, (+3)]^5$ $\quad (-2)^5 \,.\, (+3)^5$

b) $[(+5) \,.\, (-7)]^3$ $\quad (+5)^3 \,.\, (-7)^3$

c) $[(-7) \,.\, (+4)]^2$ $\quad (-7)^2 \,.\, (+4)^2$

d) $[(+3) \,.\, (+5)]^2$ $\quad (+3)^2 \,.\, (+5)^2$

e) $[(-4)^2 \,.\, (+6)]^3$ $\quad (-4)^6 \,.\, (+6)^3$

f) $[(+5)^4 \,.\, (-2)^3]^2$ $\quad (+5)^8 \,.\, (-2)^6$

2) Escreva como potência de um produto:

a) $3^4 \,.\, 5^4$ $\quad (3 \,.\, 5)^4$ b) $x^3 \,.\, y^3$ $\quad (x \,.\, y)^3$ c) $a^2 \,.\, b^2$ $\quad (a \,.\, b)^2$

RAIZ QUADRADA EXATA DE NÚMEROS INTEIROS

Vamos recordar:

$$\sqrt{49} = 7, \text{ porque } 7^2 = 49.$$

No conjunto dos números inteiros, a raiz quadrada de 49 pode ser:

- $+7$, porque $(+7)^2 = 49$.
- -7, porque $(-7)^2 = 49$.

Como o resultado de uma operação deve ser **único**, vamos adotar o seguinte critério:

Exemplos:

a) $+\sqrt{16} = +4$

b) $-\sqrt{16} = -4$

c) $\sqrt{9} = 3$

d) $-\sqrt{9} = -3$

IMPORTANTE!

Os números negativos **não** têm raiz quadrada no conjunto Z.

Veja:

a) $\sqrt{-9}$ = **nenhum inteiro**, pois (**nenhum inteiro**)$^2 = -9$.

b) $\sqrt{-16}$ = **nenhum inteiro**, pois (**nenhum inteiro**)$^2 = -16$.

EXERCÍCIOS

1) Determine as raízes:

a) $\sqrt{4}$ 2
b) $\sqrt{25}$ 5
c) $\sqrt{0}$ 0
d) $-\sqrt{25}$ -5
e) $\sqrt{81}$ 9
f) $-\sqrt{81}$ -9
g) $\sqrt{36}$ 6
h) $-\sqrt{1}$ -1
i) $\sqrt{400}$ 20
j) $-\sqrt{121}$ -11
l) $\sqrt{169}$ 13
m) $-\sqrt{900}$ -30

2) Calcule, caso exista em Z:

a) $\sqrt{4}$ 2
b) $\sqrt{-4}$
c) $-\sqrt{4}$ -2
d) $\sqrt{64}$ 8
e) $\sqrt{-64}$
f) $-\sqrt{64}$ -8
g) $-\sqrt{100}$ -10
h) $\sqrt{-100}$

3) Calcule:

a) $\sqrt{25} + \sqrt{16}$ 9
b) $\sqrt{9} - \sqrt{49}$ -4
c) $\sqrt{1} + \sqrt{0}$ 1
d) $\sqrt{100} - \sqrt{81} + \sqrt{4}$ 3
e) $-\sqrt{36} + \sqrt{121} + \sqrt{9}$ 8
f) $\sqrt{144} + \sqrt{169} - \sqrt{81}$ 16

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

As expressões devem ser resolvidas obedecendo à seguinte ordem de operações:

1º) Potenciação e radiciação;
2º) Multiplicação e divisão;
3º) Adição e subtração.

Nessas operações são realizados:

1º) parênteses ( );
2º) colchetes [ ];
3º) chaves { }.

Exemplos:

Calcular o valor das expressões:

1) $(-3)^2 - 4 - (-1) + 5^2 =$

$= 9 - 4 + 1 + 25 =$

$= 35 - 4 =$

$= 31$

2) $15 + (-4) \cdot (+3) - 10 =$

$= 15 + (-12) - 10 =$

$= 15 - 12 - 10 =$

$= 15 - 22 =$

$= -7$

3) $5^2 + \sqrt{9} - [(+20) : (-4) + 3] =$

$= 25 + 3 - [(-5) + 3] =$

$= 25 + 3 - [-5 + 3] =$

$= 25 + 3 + 5 - 3 =$

$= 33 - 3 =$

$= 30$

EXERCÍCIOS

1) Calcule o valor das expressões:

a) $5 + (-3)^2 + 1$ *15*

b) $10 + (-2)^3 - 4$ *−2*

c) $12 - 1 + (-4)^2$ *27*

d) $(-1)^5 + 3 - 9$ *−7*

e) $18 - (+7) + 3^2$ *20*

f) $6 + (-1)^5 - 2$ *3*

g) $(-2)^3 - 7 - (-1)$ *−14*

h) $(-5)^3 - 1 + (-1)^9$ *−127*

i) $5^0 - (-10) + 2^3$ *19*

j) $(-2)^3 + (-3)^2 - 25$ *−24*

2) Calcule o valor das expressões:

a) $3 - 4^2 + 1$ -12

b) $2^3 - 2^2 - 2$ 2

c) $(-1)^4 + 5 - 3^2$ -3

d) $5^0 - 5^1 - 5^0$ -5

e) $(-3)^2 \cdot (+5) + 2$ 47

f) $(-1)^7 - (-1)^8$ -2

g) $5 + (-3)^2 + 7^0$ 15

h) $\sqrt{49} + 2^3 - 1$ 14

3) Calcule o valor das expressões:

a) $(-3 + 5 + 2) : (-2)$ -2

b) $(+3 - 1)^2 - 15$ -11

c) $(-2)^3 - (-1 + 2)^5$ -9

d) $40 : (-1)^9 + (-2)^3 - 12$ -60

e) $10 - [5 - (-2) + (-1)]$ 4

f) $2 - \{3 + [4 - (1 - 2) + 3] - 4\}$ -5

g) $15 - [(-5)^2 - (10 - 2^3)]$ -8

h) $13 - [(-2) - (-7) + (+3)^2]$ -1

i) $7^2 - [6 - (-1)^5 - 2^2]$ 46

j) $2^3 - [(-16) : (+2) - (-1)^5]$ 15

l) $50 : \{-5 + [-1 - (-2)^5 : (-2)^3]\}$ -5

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule as potências:

a) 0^{18} 0

b) $(-1)^7$ -1

c) $(-3)^4$ 81

d) -3^4 -81

e) $(+5)^0$ 1

f) $(-7)^0$ 1

g) $(-1)^{42}$ 1

h) $(+1)^{13}$ 1

i) $(-10)^3$ -1000

j) $(-13)^2$ 169

l) $(-11)^3$ -1331

m) $(-17)^2$ 289

n) $(+15)^3$ 3375

o) $(-1)^{100}$ 1

p) -1^{52} -1

q) $(-197)^0$ 1

r) $(-10)^2$ 100

s) -10^2 -100

2) Calcule o valor das expressões:

a) $10 + (-3)^2$ *19*

b) $(-4)^2 - 3$ *13*

c) $1 + (-2)^3$ *−7*

d) $-2 + (-5)^2$ *23*

e) $(-2)^2 + (-3)^3$ *−23*

f) $15 + (-1)^5 - 2$ *12*

g) $(-9)^2 - 2 - (-3)$ *82*

h) $5 + (-2)^3 + 6$ *3*

3) Calcule o valor das expressões:

a) $(-3)^2 + 5^1$ *14*

b) $(-8)^2 - (-9)^2$ *−17*

c) $-72^0 + (-1)^8$ *0*

d) $(-12)^0 + (+12)^0$ *2*

e) $10^3 - (-10)^2 - 10^0$ *899*

f) $(-7)^2 + (-6)^2 - (-1)^2$ *84*

g) $(-1)^6 + (+1)^5 + (-1)^4 + (+1)^3$ *4*

h) $2^6 - 2^5 - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2$ *2*

4) Calcule o valor das expressões:

a) $(-3) \cdot (+7) + (-8) \cdot (-3)$ *3*

b) $(-3)^3 + (+2)^2 - 7$ *−30*

c) $8 + (-3 - 1)^2$ *24*

d) $(-2 + 6)^3 : (+3 - 5)^2$ *16*

e) $-(-5)^2 + (-7 + 4)$ *−28*

f) $(-2)^6 + (+5) \cdot (-2)$ *54*

5) Calcule o valor das expressões:

a) $(-3)^3 \cdot (-2)^2 + (-3) + 5^0$ *−110*

b) $(-1)^3 + 3 + (+2) \cdot (+5)$ *12*

c) $(-2) \cdot (-7) + (-3)^2$ *23*

d) $2 \cdot (-5)^2 - 3 \cdot (-1)^3 + 4$ *57*

e) $-[-1 + (-3) \cdot (-2)]^2$ *−25*

f) $-(5 - 7)^3 - [5 - 2^2 - (4 - 6)]$ *5*

g) $(-3 + 2 - 1)^3 - (-3 + 5 - 1)^8 + 3$ *−6*

h) $8 - [-7 + (-1) \cdot (-6) + 4]^2$ *−1*

i) $14 - [(-1)^3 \cdot (-2)^2 + (-35) : (+5)]$ *25*

j) $5^3 - [10 + (7 - 8)^2]^2 - 4 + 2^3$ *8*

l) $(-1)^6 + 6^0 - [15 + (-40) : (-2)^3]$ *18*

m) $-3 - \{-2 - [(-35) : (+5) + 2^2]\}$ *−4*

6) Calcule o valor das expressões:

a) $5 - \{+3 - [(+2)^2 - (-5)^2 + 6 - 4]\}$ – 17

b) $15 - \{-3 + [(5 - 6)^2 \cdot (9 - 8)^2 + 1]\}$ 16

c) $18 - \{6 - [-3 - (5 - 4) - (7 - 9)^3] - 1\}$ 17

d) $-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (3 - 2)^9] + 5\}$ 4

e) $4 - \{(-2)^2 \cdot (-3) - [-11 + (-3) \cdot (-4)] - (-1)\}$ 16

TESTES

1) O resultado de $(-1001)^2$ é:

a) 11 011
b) – 11 011
■ c) 1 002 001
d) – 1 002 001

2) Se $a = -2$ e $c = 5$, então a^c é igual a:

a) 32
■ b) – 32
c) 10
d) – 10

3) O valor da expressão $2^0 - 2^1 - 2^2$ é:

a) – 4
■ b) – 5
c) 8
d) 0

4) O valor da expressão $(-10)^2 - 10^2$ é:

■ a) 0
b) 40
c) – 20
d) – 40

5) A igualdade falsa é:

a) $(-9)^0 = 1$
b) $(+9)^0 = 1$
c) $(-5)^2 = 5^2$
■ d) $(-3)^2 = -3^2$

6) Sejam as afirmações:

I) $(-2)^6 = 64$ (V)
II) $(-13)^2 = 169$ (V)
III) $(-10)^3 = -100$ (F)
IV) $(-3)^2 = +6$ (F)

Quantas são verdadeiras?

a) 1
■ b) 2
c) 3
d) 4

7) Os resultados de $(-7)^2$, -7^2, $(-5)^3$ e -5^3 são:

a) 49, 49, − 125 e 125 | ■ c) 49, − 49, − 125 e − 125
b) 49, 49, 125 e − 125 | d) − 49, − 49, − 125 e − 125

8) Qual o número que tem raiz quadrada em Z?

a) − 4 | c) 20
b) 8 | ■ d) 64

9) A igualdade verdadeira é:

a) $-8^2 = 64$ | c) $-15^0 = 1$
b) $-8^2 = -16$ | ■ d) $-15^0 = -1$

10) O valor da expressão $\sqrt{16} - \sqrt{4}$ é:

■ a) 2 | c) 6
b) 4 | d) 12

11) O valor da expressão $10 + \sqrt{9} - 1$ é:

a) 14 | ■ c) 12
b) 18 | d) 20

12) O valor da expressão $\dfrac{2}{\sqrt{81}} + \dfrac{\sqrt{16}}{3}$ é:

a) $\dfrac{9}{14}$ | ■ b) $\dfrac{14}{9}$ | c) $\dfrac{9}{4}$ | d) n.d.a.

13) O valor da expressão $\sqrt{\dfrac{9}{16}} + 2^{-1}$ é:

a) $-\dfrac{1}{4}$ | b) $-\dfrac{5}{4}$ | c) $\dfrac{1}{4}$ | ■ d) $\dfrac{5}{4}$

14) O valor da expressão $(-4)^4 - (-4)$ é:

a) 20 | c) 252
b) − 20 | ■ d) 260

15) O valor da expressão $(-2)^4 + (-9)^0 - (-3)^2$ é:

■ a) 8 | c) 16
b) 12 | d) − 26

16) O valor da expressão $(-7)^2 + (+3) \cdot (-4) - (-5)$ é:

a) 7 b) 37 ■ c) 42 d) 47

17) A expressão $(-7)^{10} : (-7)^5$ é igual a:

■ a) $(-7)^5$ b) $(-7)^2$ c) $(-7)^{15}$ d) $(-1)^2$

18) Se $(-7)^m \cdot (-7)^2 = (-7)^6$, o valor de m é:

a) 3 ■ b) 4 c) 8 d) 12

19) A expressão $[(-5)^2 \cdot (-5)^3]^5$ é igual a:

■ a) $(-5)^{25}$ b) $(-5)^{10}$ c) $(-5)^{11}$ d) $(-5)^{30}$

20) O valor da expressão $7^0 - 7^1 + (7^0)^7$ é:

■ a) -5 b) -7 c) 1 d) 41

21) O valor da expressão $-[-2 + (-1) \cdot (-3)]^2$ é:

■ a) -1 b) -4 c) 1 d) 4

22) O valor da expressão $(-1)^0 + (-1)^5 + (-1)^{10} + (-1)^{15} + (-1)^{20}$ é:

a) 0 ■ b) 1 c) -1 d) 50

23) O valor da expressão $x + (-3)^2 + y$ para $x = 5$ e $y = -1$ é:

a) 10 ■ b) 13 c) -2 d) -5

24) O valor da expressão $x^2 - 2x$ para $x = -3$ é:

a) 12 ■ b) 15 c) 3 d) -3

25) (F. OBJETIVO - SP) O valor da expressão numérica

$-4^2 + (3-5) \cdot (-2)^3 + 3^2 - (-2)^4$ é:

a) 7 b) 8 c) 15 ■ d) -7

$-16 + (-2) \cdot (-8) + 9 - (+16) = -16 + 16 + 9 - 16 = -7$

5

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS

Chama-se **número racional** todo número que pode ser escrito em forma de fração.

São exemplos de números racionais:

- *Os números fracionários positivos:*

$$+\frac{5}{7},\ +\frac{1}{3},\ +\frac{7}{2},\ +\frac{9}{4}$$

- *Os números fracionários negativos:*

$$-\frac{5}{7},\ -\frac{1}{3},\ -\frac{7}{2},\ -\frac{9}{4}$$

É fácil concluir que todo número inteiro é também racional.

Veja:

a) O número inteiro 8 pode ser escrito como $\frac{8}{1}$.

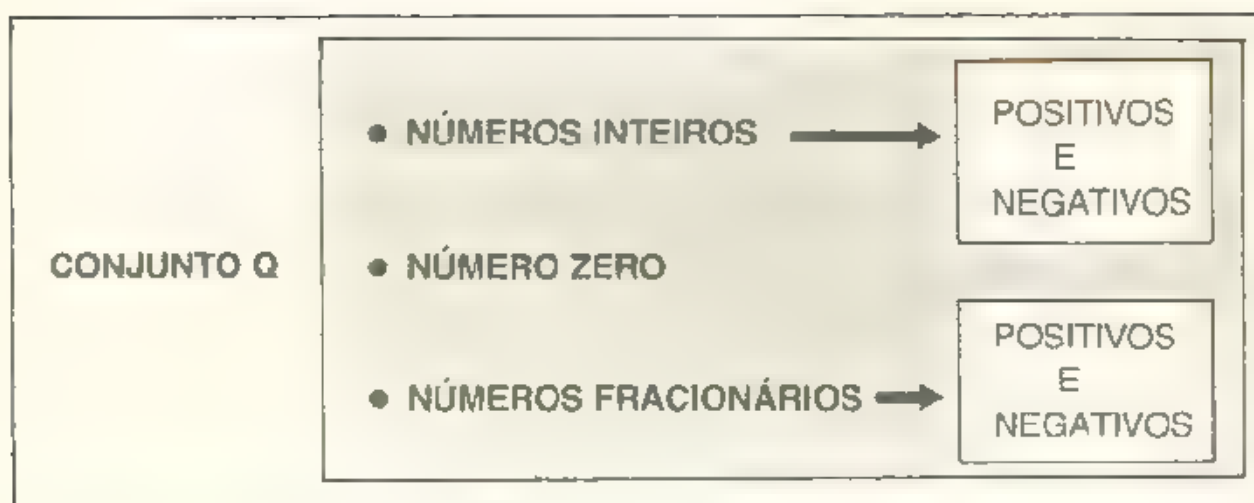
Logo 8 também é um número racional.

b) O número inteiro − 8 pode ser escrito como $\frac{8}{1}$.

Logo − 8 é também um número racional.

c) O número inteiro 0 pode ser escrito como $\frac{0}{1}$.

Logo 0 é também um número raciona..

O conjunto dos números racionais é representado pela letra **Q**, sendo formado pelos números inteiros e pelos números fracionários.

CONVÉM DESTACAR QUE:

1) O conjunto Q é infinito.

2) Os números racionais positivos podem ser escritos sem o sinal +

Exemplo: $+\frac{3}{7}$ escreve-se simplesmente $\frac{3}{7}$

3) Módulo.

Exemplos: a) $\left|+\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$ b) $\left|-\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5}$

4) Números opostos ou simétricos.

Exemplos: a) $+\frac{3}{8}$ e $-\frac{3}{8}$ são números opostos.

b) $-\frac{1}{2}$ e $+\frac{1}{2}$ são números opostos.

5) Regra de sinais.

A indicação de uma divisão pode ser feita por meio de uma fração. Então, para saber o sinal do número racional, basta aplicar a **regra de sinais** da divisão.

Exemplos: a) $(-3) : (+5) = \frac{-3}{+5} = -\frac{3}{5}$

b) $(-8) : (-7) = \frac{-8}{-7} = +\frac{8}{7} = \frac{8}{7}$

NÚMEROS DECIMAIS

Um número racional também pode ser representado por um número decimal exato ou periódico.

Exemplos:

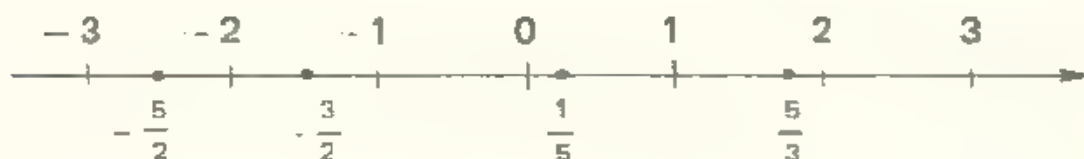
a) $\frac{7}{2} = 3{,}5$

b) $-\frac{4}{5} = -0{,}8$

c) $\frac{1}{3} = 0{,}333...$

d) $\frac{4}{9} = 0{,}444...$

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA

Observe que os números racionais podem ser representados por pontos de uma reta, usando-se o mesmo processo de representação dos inteiros.

- *Os pontos que estão à direita chamam-se* **positivos**.
  Os **negativos** *estão à esquerda do zero.*

- *Dados dois números quaisquer, o que está à direita é o* **maior** *deles, e o que está à esquerda, o* **menor** *deles.*

Na figura vemos que:

a) $\frac{1}{5} > -\frac{3}{2}$ (maior que)

b) $-\frac{5}{2} < -\frac{3}{2}$ (menor que)

EXERCÍCIOS

1) Escreva o que representa cada símbolo:

a) $\mathbb{N}$ *a) Conjunto dos números naturais.*

b) $\mathbb{Z}$ *b) Conjunto dos números inteiros.*

c) $\mathbb{Q}$ *c) Conjunto dos números racionais.*

2) Observe os números no quadro:

$+\frac{2}{5}$	+ 9	− 1	$-\frac{4}{7}$	5	0	− 3

a) Quais são os números naturais? *+ 9, 5, 0*

b) Quais são os números inteiros? *+ 9, − 1, 5, 0, − 3*

c) Quais são os números racionais relativos? *todos*

3) Aplique a regra de sinais para a divisão e dê o resultado.

Resolvido $\frac{-3}{-4} = +\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

a) $\frac{-5}{+9}$ $\frac{5}{9}$

b) $\frac{-2}{-3}$ $\frac{2}{3}$

c) $\frac{+3}{+4}$ $\frac{3}{4}$

d) $\frac{-9}{+5}$ $-\frac{9}{5}$

e) $\frac{+7}{-5}$ $\frac{7}{5}$

f) $\frac{-8}{7}$ $-\frac{8}{7}$

g) $\frac{-2}{3}$ $-\frac{2}{3}$

h) $\frac{6}{-7}$ $-\frac{6}{7}$

i) $\frac{+4}{3}$ $\frac{4}{3}$

j) $\frac{-3}{7}$ $-\frac{3}{7}$

l) $\frac{8}{-9}$ $-\frac{8}{9}$

m) $\frac{10}{-21}$ $\frac{10}{21}$

4) Os números $a = -\frac{5}{2}$, $b = \frac{-5}{2}$ e $c = \frac{5}{-2}$ são iguais? *Sim*

5) Quais dos números abaixo são iguais a $\frac{2}{3}$?

a) $\frac{-2}{3}$

x b) $\frac{-2}{-3}$

c) $\frac{2}{-3}$

x d) $\frac{+2}{+3}$

6) Escreva os números racionais na forma irredutível:

Resolvido.	$\frac{-6}{+18} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$

a) $\frac{+10}{+4}$ $\frac{5}{2}$

b) $\frac{-12}{+48}$ $-\frac{1}{4}$

c) $\frac{-7}{35}$ $-\frac{1}{5}$

d) $\frac{18}{-36}$ $-\frac{1}{2}$

e) $\frac{-75}{50}$ $-\frac{3}{2}$

f) $\frac{25}{-100}$ $\frac{1}{4}$

g) $\frac{-11}{-99}$ $\frac{1}{9}$

h) $\frac{-4}{128}$ $-\frac{1}{32}$

7) Transforme as frações seguintes em números inteiros:

a) $\frac{-12}{+6}$

b) $\frac{+32}{-8}$

c) $\frac{+20}{+10}$

d) $\frac{17}{-1}$

e) $\frac{54}{-18}$

f) $\frac{-45}{15}$

g) $\frac{0}{-16}$

h) $\frac{132}{-11}$

8) Escreva o valor de:

a) $\left| +\frac{7}{6} \right|$

b) $\left| -\frac{3}{8} \right|$

c) $\left| +\frac{9}{5} \right|$

d) $|-1,4|$

9) Escreva o oposto dos seguintes números:

a) $-\frac{1}{3}$

b) $+\frac{4}{5}$

c) $-\frac{2}{9}$

d) $\frac{3}{8}$

10) Quais das sentenças abaixo são verdadeiras?

a) $\frac{13}{100} = 0,13$

b) $\frac{-1}{4} = -0,25$

c) $\frac{-13}{2} = -7,5$

d) $\frac{-8}{5} = -1,6$

e) $-\frac{2}{3} = -0,6$

f) $-\frac{14}{100} = -1,4$

11) Represente, geometricamente, os números:

a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $-\frac{3}{2}$ e) 3

– 2 1 0 1 2

12) Qual o maior número?

a) $\frac{3}{5}$ ou $-\frac{3}{5}$ 3

b) $-\frac{8}{9}$ ou $\frac{7}{8}$ $\frac{7}{8}$

c) 0 ou $-\frac{1}{2}$ 0

d) $-\frac{5}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$

e) $-\frac{1}{3}$ ou $-\frac{9}{5}$ $-\frac{1}{3}$

f) $\frac{2}{5}$ ou $\frac{7}{3}$ $\frac{\ }{3}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Escreva um número racional compreendido entre:

a) 0 e 1

b) 3 e 4 $\frac{7}{2}$

c) 6 e 7

d) – 1 e 0 $-\frac{1}{2}$

e) – 3 e – 2

f) – 6 e – 5 –

2) Determine os valores de x:

a) $|x| = \frac{3}{5}$ $+\frac{3}{5}$ ou $-\frac{3}{5}$

b) $|x| = \frac{9}{7}$ $+\frac{9}{7}$ ou $-\frac{9}{7}$

c) $|x| = \frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$

3) Dê o valor de:

Resolvido.	$\frac{(-7)\cdot(\ \ 6)}{(-21)} = \frac{+42}{-21} = -2$

a) $\frac{5\cdot(-6)}{2}$ – 15

b) $\frac{(-9)\cdot(-8)}{2}$

4) Dê o valor de:

a) $\frac{2 \cdot (-6) \cdot (-3)}{9 \cdot (-2)}$ *−2*

b) $\frac{6 \cdot (-2) \cdot (-3)}{-9}$ *−4*

c) $\frac{6 \cdot (-4) \cdot (-5)}{3 \cdot (-8)}$ *−5*

d) $\frac{(-2) \cdot (-3) \cdot (+4)}{2 \cdot 3}$ *4*

5) Dê o valor de:

a) $\frac{2 \cdot 0 \cdot 5}{30}$ *0*

b) $\frac{-7 \cdot (-8)}{-14}$ *−4*

c) $\frac{-3-7-9}{19}$ *−1*

d) $\frac{(13-6+3)+5}{9-7+1}$ *5*

e) $\frac{10 \cdot (-3) - 40}{5 \cdot (-2)}$ *7*

f) $\frac{-3 \cdot (-1) + 2}{7-8}$ *−5*

TESTES

1) Sejam as afirmações:

I) 21 é um número racional. *(V)*

II) − 0,8 é um número racional. *(V)*

III) $-\frac{4}{9}$ é um número racional. *(V)*

Quantas são verdadeiras?

a) 0 b) 1 c) 2 ■ d) 3

2) Qual a igualdade falsa?

a) $\frac{-4}{5} = \frac{4}{-5}$

b) $\frac{4}{-5} = \frac{-4}{5}$

■ c) $\frac{-4}{-5} = -\frac{4}{5}$

d) $\frac{+4}{+5} = \frac{4}{5}$

3) Assinale a igualdade verdadeira:

a) $\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$

b) $\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$

c) $\frac{-a}{-b} = -\frac{a}{b}$

■ d) $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$

4) Podemos representar o número inteiro – 5 por:

a) $-\frac{5}{0}$ b) $-\frac{5}{5}$ c) $-\frac{1}{5}$ ■ d) $-\frac{5}{1}$

5) Qual entre as frações seguintes é equivalente a $-\frac{4}{7}$?

a) $\frac{-16}{21}$ b) $\frac{16}{-24}$ c) $\frac{-28}{16}$ ■ d) $\frac{-16}{28}$

6) Qual das frações abaixo é positiva?

a) $\frac{-10}{9}$ b) $\frac{10}{-9}$ c) $\frac{-10}{+9}$ ■ d) $\frac{-10}{-9}$

7) Qual das frações abaixo é nula?

a) $\frac{7}{7}$ b) $\frac{-20}{-10}$ c) $\frac{-5}{5}$ ■ d) $\frac{0}{-8}$

8) O número $\frac{-3}{21}$ é igual a:

a) 7

b) – 7

■ c) $-\frac{1}{7}$

d) $\frac{1}{7}$

9) Qual a igualdade verdadeira?

a) $\left|-\frac{8}{9}\right| = \frac{8}{9}$

c) $\left|+\frac{8}{9}\right| = -\frac{8}{9}$

b) $\left|-\frac{8}{9}\right| = -\frac{8}{9}$

d) $\left|\frac{8}{9}\right| = -\frac{8}{9}$

10) Sabendo que $|x| = \frac{2}{5}$, podemos afirmar que:

a) $x = +\frac{2}{5}$

c) $x = +\frac{2}{5}$ ou $x = -\frac{2}{5}$

b) $x = -\frac{2}{5}$

d) n.d.a.

11) O oposto do número $-\frac{3}{7}$ é:

a) $-\frac{7}{3}$

b) $+\frac{7}{3}$

c) $-\frac{3}{7}$

d) $+\frac{3}{7}$

12) Sejam as afirmações:

I) Todo número racional negativo é menor do que zero.

II) Todo número racional positivo é maior do que zero.

Podemos dizer que:

a) as duas são falsas.

b) as duas são verdadeiras.

c) apenas a primeira é verdadeira.

d) apenas a segunda é verdadeira.

13) O número $-\frac{3}{6}$ está compreendido entre:

a) 0 e 1

b) -1 e 0

c) 3 e 6

d) -6 e -3

14) Qual é o número racional representado pela fração $\frac{-3}{12}$?

a) $-0{,}5$

b) $-0{,}25$

c) $-2{,}5$

d) $-0{,}4$

15) Dos números $-\frac{3}{7}$, $-\frac{8}{5}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{5}{2}$:

a) o maior é $\frac{5}{2}$ e o menor é $-\frac{1}{3}$.

b) o maior é $\frac{5}{2}$ e o menor é $-\frac{8}{5}$.

c) o maior é $\frac{8}{7}$ e o menor é $\frac{2}{5}$.

d) o maior é $\frac{8}{7}$ e o menor é $-\frac{8}{5}$.

16) A alternativa verdadeira é:

a) $\frac{1}{2} < -\frac{1}{2} < -\frac{3}{2}$

b) $-\frac{3}{2} < -\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{2} < -\frac{3}{2} < \frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2} < \frac{1}{2} < -\frac{3}{2}$

17) Sejam as afirmações:

I) Todo número inteiro positivo é racional. (V)

II) Todo número inteiro negativo é racional. (V)

III) Todo número decimal é racional. (V)

Quantas são verdadeiras?

a) 0

b) 1

c) 2

■ d) 3

18) O conjunto $A = \left\{ 4, -4, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, -\frac{2}{8}, 2, -2 \right\}$ possui

$A = \left\{ 4, -4, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 2, -2 \right\}$

a) 2 elementos

b) 4 elementos

■ c) 6 elementos

d) 8 elementos

19) O valor da expressão $\frac{8 \cdot (-9) + 3 \cdot (-2)}{10 - 7}$ é:

a) -22

■ b) -26

c) 22

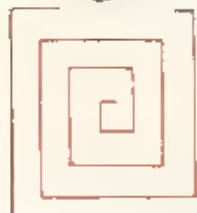
d) 26

20) O valor da expressão $\frac{6 \cdot (-2) - 3 \cdot (-2)}{2 - 5}$ é:

■ a) 2

b) -2

c) -3

d) n.d.a.

6 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO EM Q

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS RELATIVOS

Para as operações com números racionais relativos são válidas as regras operatórias das frações e dos números inteiros relativos.

ADIÇÃO

Para adicionarmos números racionais relativos (na forma de fração), procedemos do seguinte modo:

1) Reduzimos (se necessário) as frações dadas ao mesmo denominador positivo.

2) Somamos os numeradores de acordo com a regra de sinais da adição de inteiros.

EXEMPLOS.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-4+3}{6} = -\frac{1}{6}$

b) $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$

c) $\left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{-8-5}{10} = -\frac{13}{10}$

EXERCÍCIOS

1) Efetue as adições:

a) $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$ $\frac{11}{10}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$ $\frac{7}{12}$

c) $\left(-\frac{4}{9}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)$ $\frac{2}{9}$

d) $\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(+\frac{2}{9}\right)$ $-\frac{13}{63}$

e) $\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)$

f) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{8}{15}$

g) $\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$ $\frac{9}{8}$

h) $\left(+\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)$ $\frac{4}{5}$

2) Efetue as adições:

a) $\left(-\frac{2}{5}\right)+(+3)$ $\frac{13}{5}$

b) $\left(-\frac{1}{6}\right)+(+2)$ $\frac{11}{6}$

c) $\left(-\frac{5}{3}\right)+(+1)$ $-\frac{2}{3}$

d) $(-4)+\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\frac{9}{2}$

e) $(-0,2)+\left(-\frac{1}{5}\right)$

f) $(+0,4)+\left(+\frac{3}{5}\right)$

g) $(-0,5)+(+0,7)$ $\frac{1}{5}$

h) $(-0,2)+\left(-\frac{1}{2}\right)$

3) Efetue as seguintes adições:

a) $\left(+\frac{5}{8}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{15}\right)$ $\frac{119}{120}$

b) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$ $\frac{11}{30}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{4}{10}\right)+\left(+\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{7}{10}$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right)+(+2)+\left(-\frac{1}{3}\right)$ $\frac{16}{15}$

e) $(+5)+\left(-\frac{1}{5}\right)+(-0,2)$ $\frac{23}{5}$

f) $(+0,1)+\left(-\frac{1}{5}\right)+(-2)$ $-\frac{21}{10}$

SUBTRAÇÃO

Para encontrarmos a diferença entre dois números racionais, somamos o primeiro com o oposto do segundo.

Simbolicamente:

$$a - b = a + (-b)$$

Exemplos:

a) $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$

b) $\left(-\frac{4}{5}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \frac{-8+5}{10} = -\frac{3}{10}$

EXERCÍCIOS

1) Efetue as subtrações:

a) $\left(+\frac{5}{7}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right)$ $\frac{1}{21}$

b) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{6}$

c) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right)$ $\frac{2}{15}$

d) $\left(-\frac{7}{8}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right)$ $-\frac{1}{8}$

e) $\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$ $-\frac{3}{20}$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{5}{8}\right)$ $\frac{9}{8}$

g) $\left(+\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right)$ $\frac{7}{15}$

h) $\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{9}{10}$

2) Efetue as subtrações:

a) $\left(+\frac{1}{2}\right) - (+5)$ $-\frac{9}{2}$

b) $\left(+\frac{5}{7}\right) - (+1)$ $\frac{2}{7}$

c) $0 - \left(-\frac{3}{7}\right)$ $\frac{3}{7}$

d) $(-4) - \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\frac{7}{2}$

e) $(+0,3) - \left(-\frac{1}{5}\right)$ $\frac{1}{2}$

f) $(+0,7) - \left(-\frac{1}{3}\right)$ $\frac{31}{30}$

3) Calcule:

a) $-1-\frac{3}{4}$ $-\frac{7}{4}$

b) $-\frac{3}{5}+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{10}$

c) $2-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$

d) $-3-\frac{4}{5}+\frac{1}{2}$ $-\frac{33}{10}$

e) $\frac{7}{3}+2-\frac{1}{4}$ $\frac{49}{12}$

f) $-\frac{3}{2}+\frac{1}{6}+2-\frac{2}{3}$ 0

g) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$ $\frac{5}{8}$

h) $0,2+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ $\frac{6}{5}$

i) $\frac{1}{2}+(-0,3)+\frac{1}{6}$ $\frac{11}{30}$

j) $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+(-0,6)$ $\frac{1}{10}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule o valor de cada expressão:

a) $\frac{3}{5}-1-\frac{2}{5}$ $-\frac{4}{5}$

b) $\frac{3}{5}-0,2+\frac{1}{10}$ $\frac{1}{2}$

c) $-3-2-\frac{4}{3}$ $-\frac{19}{3}$

d) $4-\frac{1}{10}+\frac{2}{5}$ $\frac{43}{10}$

e) $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-5$ $-\frac{29}{6}$

f) $-\frac{5}{12}-\frac{1}{12}+\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$

2) Calcule o valor de cada expressão:

a) $-\frac{1}{3}+\frac{2}{9}-\frac{4}{3}$ $\frac{13}{9}$

b) $-4+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$ $-\frac{11}{3}$

c) $0,3+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ $\frac{1}{20}$

d) $1+\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+\frac{5}{8}$ $\frac{3}{8}$

e) $0,1+\frac{3}{2}-\frac{1}{4}+2$ $\frac{67}{20}$

f) $\frac{3}{4}+0,2-\frac{5}{2}-0,5$ $-\frac{41}{20}$

3) Calcule o valor de cada expressão:

a) $\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{7}{10}$ $\frac{9}{5}$

b) $-(-1) - \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{5}{6}$ $\frac{19}{6}$

c) $2 - \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) + 0,1$ $\frac{181}{60}$

d) $\left(-1 + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$ -1

e) $2 - \left[\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)\right]$ $\frac{23}{20}$

f) $3 - \left[-\frac{1}{2} - \left(0,1 + \frac{1}{4}\right)\right]$ $\frac{77}{20}$

4) Determine o valor da expressão:

a) $x + y$, para $x = -\frac{1}{2}$ e $y = \frac{5}{4}$ $\frac{3}{4}$

b) $x - y$, para $x = -\frac{1}{2}$ e $y = +\frac{5}{4}$ $-\frac{7}{4}$

c) $y + x$, para $x = +\frac{3}{5}$ e $y = -0,1$ $\frac{1}{2}$

d) $y + x$, para $x = -4$ e $y = 0,5$ $-\frac{7}{2}$

5) Calcule o valor de cada expressão:

a) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right)$ $\frac{3}{4}$

b) $\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + 1\right)$ $\frac{1}{12}$

c) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 2\right) + \left(-\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$ $\frac{13}{4}$

d) $\left(-0,3 + 0,5\right) - \left(-2 - \frac{4}{5}\right)$ 3

e) $\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{4}{10} - \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{3}$ $\frac{41}{30}$

f) $0,2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{7}{12} + \frac{4}{3}\right)$ $\frac{2}{15}$

g) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(2 + \frac{1}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(2 - \frac{1}{4}\right)$ $\frac{5}{6}$

TESTES

1) O valor da expressão $\frac{2}{5} - 3 + \frac{11}{2}$ é:

a) $-\frac{19}{10}$ b) $-\frac{29}{10}$ c) $-\frac{28}{5}$ d) n.d.a.

2) O valor da expressão $1 - \frac{4}{5} - \frac{2}{5}$ é:

a) $-\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) -1 d) n.d.a.

3) O valor da expressão $-1 + \frac{3}{10} - 1,2$ é:

a) -1 b) $-\frac{19}{10}$ c) $-\frac{8}{5}$ d) n.d.a.

4) O valor da expressão $4 - \frac{13}{10} + 2,1$ é:

a) $\frac{24}{5}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{29}{5}$ d) n.d.a.

5) O valor da expressão $\frac{3}{10} + 1,3 - 2$ é:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $-\frac{2}{5}$ d) n.d.a.

6) O valor da expressão $\frac{1}{2} + (-0,5)$ é:

a) $\frac{11}{2}$ b) 1 c) 0 d) n.d.a.

7) O valor da expressão $-\left(-2-\dfrac{1}{5}\right)$ é:

a) $\dfrac{11}{5}$ b) $\dfrac{3}{5}$ c) $-\dfrac{3}{5}$ d) n.d.a.

8) O valor da expressão $1-\left(-\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{6}\right)$ é:

a) $\dfrac{1}{12}$ b) $\dfrac{5}{12}$ c) $\dfrac{19}{12}$ d) n.d.a.

9) O valor da expressão $-\dfrac{1}{2}+\left(-3+\dfrac{3}{5}\right)$ é:

a) $-\dfrac{33}{10}$ b) $-\dfrac{29}{10}$ c) $-\dfrac{31}{10}$ d) n.d.a.

10) O valor da expressão $\dfrac{12}{5}-(-2-0,1)$ é:

a) $\dfrac{9}{2}$ b) 4 c) $-\dfrac{3}{10}$ d) n.d.a.

11) O valor da expressão $\left(4-\dfrac{3}{2}\right)+\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{4}{3}\right)$ é:

a) $\dfrac{2}{3}$ b) $-\dfrac{4}{3}$ c) -1 d) n.d.a.

12) O valor da expressão $-\left(1-\dfrac{3}{5}\right)-\left(0,3-\dfrac{1}{4}\right)$ é:

a) $\dfrac{9}{20}$ b) $-\dfrac{9}{20}$ c) $\dfrac{1}{2}$ d) n.d.a.

13) O valor da expressão $1-\left[\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}\right)\right]$ é:

a) $\dfrac{11}{8}$ b) $\dfrac{5}{8}$ c) $\dfrac{3}{8}$ d) n.d.a.

14) O valor da expressão $-\left\{-\left[-\left(-\frac{1}{3}-1-\frac{3}{4}\right)\right]\right\}$ é:

■ a) $\frac{25}{12}$ b) $-\frac{25}{12}$ c) $-\frac{11}{12}$ d) n.d.a.

15) O valor da expressão $p - q$ para $p = \frac{1}{2}$ e $q = -\frac{1}{3}$ é:

■ a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{2}{3}$ d) n.d.a.

16) O valor da expressão $x - y + z$ para $x = -\frac{3}{5}$, $y = -\frac{1}{2}$ e $z = \frac{7}{10}$ é:

a) $-\frac{2}{5}$ ■ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{9}{10}$ d) n.d.a.

17) O resultado de $1,65 - 3,5 + 2$ é:

a) $-0,15$ ■ b) $0,15$ c) $-3,85$ d) n.d.a.

18) O resultado de $(1,8 - 3) + 0,72$ é:

■ a) $-0,48$ b) $-1,92$ c) $2,22$ d) n.d.a.

19) O resultado de $-\frac{3}{2} - (0,4 - 0,32)$ é:

a) $-0,78$ ■ b) $-1,58$ c) $-1,18$ d) n.d.a.

20) O resultado de $-0,6 - \{-[-2-(0,3-1,8)]\}$ é:

■ a) $-1,1$ b) $-4,7$ c) $-0,5$ d) n.d.a.

7

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO EM Q

MULTIPLICAÇÃO

Para multiplicarmos números racionais relativos, procedemos do seguinte modo:

- Multiplicamos os numeradores entre si.
- Multiplicamos os denominadores entre si.
- Aplicamos as regras de sinais da multiplicação em Z.

Exemplos:

a) $\left(+\frac{1}{7}\right) \cdot \left(+\frac{2}{5}\right) = +\frac{2}{35}$

b) $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = +\frac{8}{21}$

c) $\left(+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{20}$

d) $(-4) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5}$

- *Quando possível, cancelamos os fatores comuns ao numerador e ao denominador.*

Exemplo: $\left(+\frac{\not{3}}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{\not{3}}\right) = -\frac{1}{5}$

EXERCÍCIOS

1) Efetue as multiplicações:

a) $\left(+\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)$

b) $\left(+\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)$

c) $\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$

d) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{4}\right)$

e) $\left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

f) $\left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$

g) $\left(+\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

h) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)$

2) Efetue as multiplicações:

a) $(+3) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

b) $(+2) \cdot \left(+\frac{4}{11}\right)$

c) $(-1) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)$

d) $\left(-\frac{4}{7}\right) \cdot (+5)$

e) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot (-3)$

f) $\left(+\frac{2}{9}\right) \cdot 0$

3) Efetue as multiplicações:

a) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$

b) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{8}{5}\right)$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

d) $(-1) \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) \cdot \left(+\frac{3}{5}\right)$

e) $(+7) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot (+7)$

DIVISÃO

Para calcularmos o quociente de dois números racionais relativos, em que o segundo é diferente de zero, procedemos do seguinte modo:

- multiplicamos o dividendo pelo inverso do divisor.
- aplicamos as regras da multiplicação de números racionais.

Exemplos:

a) $\left(-\frac{7}{9}\right) : \left(+\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(+\frac{2}{5}\right) = -\frac{14}{45}$

b) $\left(-\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = +\frac{7}{12}$

c) $\left(+\frac{3}{5}\right) : (-2) = \left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{10}$

EXERCÍCIOS

1) Efetue as divisões:

a) $\left(+\frac{1}{3}\right) : \left(+\frac{2}{5}\right)$

b) $\left(+\frac{4}{7}\right) : \left(-\frac{2}{5}\right)$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right)$

d) $\left(-\frac{3}{7}\right) : \left(+\frac{2}{3}\right)$

e) $\left(+\frac{1}{9}\right) : \left(-\frac{7}{5}\right)$

f) $\left(+\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$

g) $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$

h) $\left(-\frac{7}{5}\right) : \left(+\frac{1}{2}\right)$

2) Efetue as divisões:

a) $(+5) : \left(-\frac{3}{2}\right)$

b) $(-4) : \left(-\frac{3}{5}\right)$

c) $(-3) : \left(-\frac{2}{9}\right)$

d) $\left(-\frac{5}{2}\right) : (+2)$

e) $\left(+\frac{4}{3}\right) : (-2)$

f) $\left(-\frac{3}{5}\right) : (+0,1)$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Efetue as multiplicações:

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right)$ $-\frac{2}{15}$

b) $\left(-\frac{7}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$ 1

c) $\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$ $-\frac{7}{15}$

d) $\left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{7}$ $-\frac{10}{63}$

e) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$ $\frac{15}{28}$

f) $(-2) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$ $\frac{1}{3}$

g) $5 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$ $-\frac{20}{7}$

h) $-2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ $\frac{2}{3}$

2) Efetue as multiplicações:

a) $\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{3}{70}$

b) $\left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ $-\frac{7}{6}$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\frac{3}{40}$

d) $4\left(1 - \frac{7}{5}\right)$ $-\frac{8}{5}$

e) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-2) \cdot \left(\frac{7}{5}\right)$ $\frac{42}{25}$

f) $\left(1 - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{10}$

3) Efetue as divisões:

a) $\frac{2}{3} : \frac{3}{16}$ $\frac{32}{9}$

b) $\frac{2}{5} : \left(-\frac{3}{4}\right)$ $-\frac{8}{15}$

c) $\left(-\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right)$ $\frac{4}{3}$

d) $\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot (-3)$ $\frac{4}{27}$

e) $\left(-\frac{7}{8}\right) : \frac{2}{3}$ $-\frac{21}{16}$

f) $0 : \left(-\frac{4}{7}\right)$ 0

4) Calcule:

Resolvido.
$$\frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} = -\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = -\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{8}{15}$$

a) $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}}$ $\frac{4}{9}$

b) $\dfrac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{2}}$ $-\frac{8}{15}$

c) $\dfrac{-\frac{3}{8}}{-\frac{5}{2}}$ $\frac{3}{20}$

d) $\dfrac{-8}{\frac{1}{2}}$ -16

e) $\dfrac{3-\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}}$ $\frac{11}{6}$

f) $\dfrac{1-\frac{1}{7}}{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}}$ $\frac{36}{49}$

5) Calcule:

a) $\dfrac{3-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{5}}$ $\frac{20}{9}$

b) $\dfrac{2-\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}-4}$ $-\frac{9}{20}$

c) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}$ $\frac{3}{10}$

d) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{3}{8}}{-1-\frac{2}{3}}$ $-\frac{3}{8}$

TESTES

1) O valor da expressão $(-0,1) : \left(-\frac{3}{5}\right)$ é:

a) $\frac{2}{5}$ b) $-\frac{2}{5}$ ■ c) $\frac{1}{6}$ d) n.d.a.

2) O valor da expressão $\frac{21}{-7} - (-3)$ é:

a) 0
b) 6
c) -6
d) n.d.a.

3) O produto $(-3) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (+5)$ é igual a:

a) 3
b) 5
c) 15
d) n.d.a.

4) O valor da expressão $\left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{1}{5}$ é:

a) $\frac{1}{35}$
b) $\frac{5}{7}$
c) $\frac{7}{5}$
d) n.d.a.

5) O valor da expressão $\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)$ é:

a) $\frac{1}{20}$
b) $-\frac{1}{20}$
c) $\frac{1}{200}$
d) n.d.a.

6) O valor da expressão $\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right)$ é:

a) 1
b) $-\frac{9}{4}$
c) -1
d) n.d.a.

7) O valor da expressão $\dfrac{2-(5-6)}{1-\frac{2}{3}}$ é:

a) 1
b) 6
c) 9
d) n.d.a.

8) O valor da expressão $\dfrac{\dfrac{7}{5}}{-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}$ é:

a) $\dfrac{42}{5}$

b) $\dfrac{5}{42}$

■ c) $-\dfrac{42}{5}$

d) n.d.a.

9) O valor da expressão $\dfrac{-2-\dfrac{4}{5}}{-3+\dfrac{1}{\text{[illegible]}}}$ é:

a) $\dfrac{25}{28}$

■ b) $\dfrac{28}{25}$

c) $-\dfrac{25}{28}$

d) n.d.a.

10) Se $x = \dfrac{1}{2}$, $y = -\dfrac{3}{4}$ e $z = 7$, então $x \,.\, y \,.\, z$ é igual a:

a) $-\dfrac{10}{6}$

b) $-\dfrac{3}{56}$

■ c) $-\dfrac{21}{8}$

d) n.d.a.

11) O resultado de $(-9) : (-0,5)$ é:

a) $1,8$

b) $-1,8$

■ c) 18

d) -18

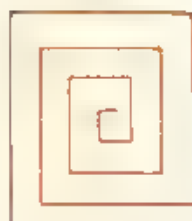
12) O valor da expressão $(-0,3) \,.\, 4 \,.\, (-0,1)$ é:

a) $1,2$

b) $-1,2$

■ c) $0,12$

d) $-0,12$

8

POTENCIAÇÃO E RAIZ QUADRADA EM Q

POTENCIAÇAO

A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Exemplos:

a) $\left(+\frac{1}{5}\right)^2 = \left(+\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right) = +\frac{1}{25}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

Observações:

1) *Todo número elevado a expoente zero é igual a 1.*

Exemplos.

a) $\left(+\frac{5}{9}\right)^0 = 1$ b) $\left(-\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

2) *Todo número elevado a expoente um é igual ao próprio número.*

Exemplos:

a) $\left(+\frac{3}{8}\right)^1 = +\frac{3}{8}$ b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = -\frac{3}{4}$

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) $\left(+\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ d) $\left(-\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$ g) $\left(-\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$ e) $\left(+\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ h) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

c) $\left(+\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ f) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$

2) Calcule as potências:

a) $\left(+\frac{4}{5}\right)^1 = \frac{4}{5}$ d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \quad \frac{1}{27}$ g) $\left(-\frac{2}{7}\right)^0 = 1$

b) $\left(-\frac{3}{7}\right)^1 = -\frac{3}{7}$ e) $\left(+\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$ h) $\left(-\frac{1}{6}\right)^1 = -\frac{1}{6}$

c) $\left(+\frac{2}{9}\right)^0 = 1$ f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ i) $\left(-\frac{5}{9}\right)^0 = 1$

3) Calcule as potências:

a) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3 = -\frac{1}{1000}$ c) $\left(-\frac{9}{11}\right)^0 \quad 1$ e) $\left(\frac{273}{50}\right)^0 \quad 1$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$ d) $\left(-\frac{9}{11}\right)^2 \quad \frac{81}{121}$ f) $\left(-\frac{127}{538}\right)^1 \quad \frac{127}{538}$

4) Calcule as expressões:

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2}{5} \quad \frac{13}{20}$ d) $2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \quad \frac{29}{18}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 1 \quad \frac{7}{9}$ e) $1 + \left(+\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \frac{23}{20}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \quad \frac{57}{200}$ f) $\left(5 - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(3 + \frac{1}{2}\right)^2 \quad \frac{1225}{36}$

5) Calcule as seguintes potências:

a) $(-0,3)^2$ d) $(-0,21)^2$ g) $(-0,1)^4$

b) $(+0,2)^3$ e) $(-16,5)^1$ h) $(-0,05)^2$

c) $(-1,2)^3$ $-1,728$ f) $(+8,23)^0$ 1 i) $(-0,079)^0$ 1

EXPOENTE NEGATIVO

Observe o exemplo:

$$2^2 : 2^5 = \frac{2^2}{2^5} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^3}$$

Pela regra de divisão de potências de bases iguais, sabemos que:

$$2^2 : 2^5 = 2^{2-5} = 2^{-3}$$

Então: $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

Conclusão:

> Todo número diferente de zero elevado a um expoente negativo é igual ao inverso do mesmo número com expoente positivo.

Exemplos:

a) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

EXERCÍCIOS

1) Calcule as potências:

a) 4^{-2} $\frac{\ }{16}$ d) 3^{-3} $\frac{1}{27}$ g) 2^{-5} $\frac{1}{32}$

b) 4^{-3} $\frac{1}{64}$ e) 10^{-2} $\frac{1}{100}$ h) 7^{-1} $\frac{1}{7}$

c) 5^{-1} $\frac{1}{5}$ f) 10^{-3} $\frac{1}{1000}$ i) 1^{-18} 1

2) Calcule as potências:

Resolvido. $(-3)^{-2} = \dfrac{1}{(-3)^2} = \dfrac{1}{9}$

a) $(-5)^{-2}$

c) $(-2)^{-5}$

e) $(-1)^{-4}$

b) $(-3)^{-4}$ 81

d) $(-5)^{-3}$ 125

f) $(-1)^{-5}$

3) Calcule as potências:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{25}} = 1 \cdot \frac{9}{25} = \frac{25}{9}$$

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-}$ [illegible]

d) $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2}$

f) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

RAIZ QUADRADA

Extraímos separadamente a raiz do numerador e a raiz do denominador.

Exemplos:

a) $\sqrt{\dfrac{16}{49}} = \dfrac{4}{7}$

b) $\sqrt{\dfrac{25}{9}} = \dfrac{5}{3}$

Observação:

Os números racionais negativos não têm raiz quadrada em Q.

Exemplo: $\sqrt{-\dfrac{4}{9}} \notin Q$

EXERCÍCIOS

1) Calcule a raiz quadrada de:

a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ $\frac{5}{6}$

e) $\sqrt{\frac{9}{64}}$ $\frac{3}{8}$

i) $-\sqrt{\frac{49}{16}}$ $-\frac{7}{4}$

b) $\sqrt{\frac{100}{9}}$ $\frac{10}{3}$

f) $\sqrt{\frac{1}{36}}$ $\frac{1}{6}$

j) $-\sqrt{\frac{64}{81}}$ $-\frac{8}{9}$

c) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\frac{1}{2}$

g) $\sqrt{\frac{81}{100}}$ $\frac{9}{10}$

l) $\sqrt{\frac{121}{100}}$ $\frac{11}{10}$

d) $\sqrt{\frac{4}{25}}$ $\frac{2}{5}$

h) $\sqrt{\frac{81}{64}}$ $\frac{9}{8}$

m) $-\sqrt{\frac{1}{81}}$ $-\frac{1}{9}$

2) Calcule o valor das expressões:

a) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{\sqrt{16}} - \sqrt{1}$ $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{\sqrt{25}} + 2$ $\frac{13}{5}$

d) $\frac{\sqrt{9}}{4} - \frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule o valor de cada expressão:

a) $\left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 1$ $\frac{7}{9}$

e) $\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 2

b) $\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^2$ $\frac{7}{9}$

f) $-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ $-\frac{5}{12}$

c) $\frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 8$ $-\frac{25}{4}$

g) $4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)$ $\frac{4}{3}$

d) $1 + \frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\frac{59}{40}$

h) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{1}{2}\right)^3$ $\frac{1}{8}$

2) Se $x = \frac{1}{5}$, calcule os valores das expressões:

a) $6 + 5x^2$ $\frac{31}{5}$

b) $x^2 + 3x$ $\frac{16}{25}$

3) Se $x = -\frac{1}{2}$ e $y = \frac{2}{3}$, calcule os valores das expressões:

a) $x^2 + y^2 - 1$ $-\frac{11}{36}$

c) $x^3 - y - 2$ $-\frac{67}{24}$

b) $x^2 - y + 1$ $\frac{7}{12}$

d) $x^4 - x^2 - y$ $-\frac{41}{48}$

4) Calcule o valor de cada expressão:

a) $5^2 + 5^{-2}$ $\frac{626}{25}$

b) $10 - 10^{-2}$ $\frac{999}{100}$

c) $2 + 2^{-1} + 2^{-2}$ $\frac{11}{4}$

5) Qual o valor da expressão $\frac{3^{-1} + 5^{-1}}{2^{-1}}$? $\frac{16}{15}$

TESTES

1) Os resultados de $\left(+\frac{1}{7}\right)^2$ e $\left(-\frac{1}{7}\right)^2$ são, respectivamente, iguais a:

a) $\frac{1}{14}$ e $\frac{1}{49}$

c) $\frac{1}{49}$ e $-\frac{1}{49}$

b) $\frac{1}{49}$ e $\frac{1}{14}$

■ d) $\frac{1}{49}$ e $\frac{1}{49}$

2) O valor da expressão $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{7}{9}\right)^0$ é:

■ a) $\frac{13}{9}$

c) $-\frac{5}{9}$

b) $\frac{5}{9}$

d) n.d.a.

3) O valor de $-\left(-\frac{5}{7}\right)^0$ é:

a) 0
b) 1
■ c) -1
d) n.d.a.

4) O valor da expressão $\left(-\frac{7}{3}\right)^0 + (-1)^7$ é:

a) $-\frac{10}{3}$
■ b) 0
c) -1
d) n.d.a.

5) O valor de $\left[\left(-\frac{4}{9}\right)^2\right]^0$ é:

a) 0
■ b) 1
c) $\frac{16}{81}$
d) n.d.a.

6) O valor da expressão $5^{-2} \cdot 25$ é:

a) 0
■ b) 1
c) -125
d) n.d.a.

7) O resultado de $3^{-1} + 3^{-2}$ é:

a) 12
b) 9
c) $\frac{2}{27}$
■ d) $\frac{4}{9}$

8) A fração $\frac{1}{10000}$ pode ser escrita na forma:

a) -10000
■ b) 10^{-4}
c) 10^{-5}
d) n.d.a.

9) O resultado de $(-3)^{-2}$ é:

■ a) $\frac{1}{9}$
b) 9
c) -9
d) n.d.a.

10) O valor de $\left(\frac{8}{5}\right)^{-1}$ é:

a) $-\frac{8}{5}$

b) $-\frac{5}{8}$

■ c) $\frac{5}{8}$

d) n.d.a.

11) O valor da expressão $\sqrt{\frac{9}{16}} + 2^{-1}$ é:

a) $-\frac{1}{4}$

b) $-\frac{5}{4}$

c) $\frac{1}{4}$

■ d) $\frac{5}{4}$

12) O valor da expressão $\frac{2}{\sqrt{81}} + \frac{\sqrt{16}}{3}$ é:

a) $\frac{9}{14}$

■ b) $\frac{14}{9}$

c) $\frac{9}{4}$

d) n.d.a.

13) O valor da expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{49}{25}}$ é:

a) $\frac{20}{7}$

b) $\frac{7}{20}$

c) $-\frac{20}{7}$

d) $-\frac{7}{20}$

14) O valor da expressão $5 - \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2$ é:

a) 2

b) 10

■ c) $\frac{19}{4}$

d) n.d.a.

15) O resultado de $-[(-0,3)^2 + 1]$ é:

■ a) $-1,09$

b) $-1,9$

c) $-1,6$

d) n.d.a.

16) O valor da expressão $\left[(-1) \cdot \left(-2 - \frac{1}{4}\right)\right]^2$ é:

a) $\frac{9}{4}$

b) $-\frac{9}{4}$

■ c) $\frac{81}{16}$

d) n.d.a.

17) Se $x = -\frac{1}{3}$, então $x^2 - 2x + 1$ é igual a:

a) $\frac{11}{6}$

■ b) $\frac{16}{9}$

c) $\frac{4}{9}$

d) n.d.a.

18) Se $p = \frac{1}{2}$ e $q = \frac{1}{3}$, então $\left(\frac{p}{q}\right)^2$ é igual a:

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{6}$

■ c) $\frac{9}{4}$

d) $\frac{1}{36}$

19) (PUC - SP) O valor da expressão $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ é:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $-\frac{2}{6}$

■ d) 0

20) (FEI - SP) O valor da expressão $(-2) + (-3) \cdot (-2)^{-1} : (-3)$ é:

a) $-\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{6}$

■ c) $-\frac{5}{2}$

d) $-\frac{5}{3}$

$-2 + \frac{3}{2} : -3 = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$

21) (PUC - SP) O valor da expressão $\left[\frac{(-10) + 5 - (-4)}{\sqrt{9} + (-2)}\right]^3$ é:

■ a) -1

b) -2

c) 2

d) 1

$\left[\frac{-10+5+4}{3-2}\right]^3$

22) (FGV - SP) A expressão $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ é igual a:

■ a) 40

b) -40

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$

d) $\frac{1}{40}$

$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = 8 + 32 = 40$

23) (MACK - SP) A expressão $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{3}$ é igual a:

a) $\frac{13}{15}$

■ b) $\frac{28}{15}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $-\frac{12}{5}$

$\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} + \frac{2}{3} = \frac{6}{5} + \frac{2}{3} = \frac{28}{15}$

24) (FUVEST - SP) O valor da expressão $\dfrac{1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}}$ é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

■ c) $\frac{3}{5}$

d) $-\frac{3}{5}$

$\dfrac{1 + \frac{}{6}}{\frac{4}{9} + \frac{3}{2}} = \frac{7}{6} : \frac{35}{18} = \frac{3}{5}$

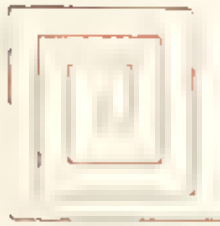
25) (MACK - SP) A expressão $\dfrac{(-5)^2 - 3^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^0}{3^{-2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}}$ é igual a.

a) $\frac{3150}{17}$

b) $\frac{17}{3150}$

■ c) $\frac{1530}{73}$

d) -90

$\dfrac{25 - 9 + 1}{\frac{1}{9} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}} = 17 : \frac{73}{90} = \frac{1530}{73}$

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

SENTENÇAS

Uma sentença matemática pode ser **verdadeira** ou **falsa.**

- *Exemplos de sentenças* **verdadeiras:**

a) $15 + 10 = 25$ b) $2 . 5 = 10$

- *Exemplos de sentenças* **falsas.**

a) $10 + 3 = 18$ b) $3 . 7 = 20$

SENTENÇAS ABERTAS E SENTENÇAS FECHADAS

- **Sentenças abertas** são aquelas que possuem elementos desconhecidos. Esses elementos desconhecidos são chamados **variáveis** ou **incógnitas.**

Exemplos: a) $x + 4 = 9$ (a variável é x)

b) $x + y = 20$ (as variáveis são x e y)

- **Sentenças fechadas** são aquelas que não possuem variáveis ou incógnitas.

Exemplos: a) $15 - 5 = 10$ (verdadeira)

b) $8 + 1 = 12$ (falsa)

EXERCÍCIOS

1) Classifique as sentenças em verdadeiras ou falsas:

a) $-2 - 7 = 9$ (F)

b) $-10 + 12 = 2$ (V)

c) $3^2 + 4^2 \neq 25$ (F)

d) $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ (V)

e) $(-3)^2 = +6$ (F)

f) $(-5)^3 = -125$ (V)

g) $7^2 - 6 \neq 43$ (F)

h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{10}$

2) Classifique cada sentença como aberta ou fechada:

a) $7 - 2 = 5$ *(F)*

b) $y + 4 = 7$ *(A)*

c) $2 \cdot 5 = 10$ *(F)*

d) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ *(F)*

e) $(3 + 1)^2 = 16$ *(F)*

f) $3x + 2y = 15$ *(A)*

g) $2 \cdot 4 - 1 = 7$ *(F)*

h) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$ *(F)*

3) Escreva a variável (ou variáveis) de cada sentença:

a) $3t = 12$

b) $x - 4 = 6$ *x*

c) $2x - y = 10$ *x, y*

d) $\frac{m + n}{3} = 4$ *m, n*

e) $x^2 + y^2 = 15$

f) $a - b + 6c = 0$ *a, b, c*

g) $3x - 2y + 4z = -8$ *x, y, z*

h) $\frac{7}{2}x + \frac{4}{5} - 1 = 2y$ *x, [illegible]*

CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO VERDADE

1) Seja a sentença aberta:

X é a estaçao do ano que começa por P

Então:

Conjunto universo: U = { primavera, verão, outono, inverno }

Conjunto verdade: V = { primavera }

2) Seja a sentença aberta:

$$x + 7 = 9$$

Conjunto universo: U = N = {0, 1, 2, 3, 4, ... }

Conjunto verdade: V = { 2 }

Numa sentença aberta é indicado o conjunto de todos os valores que a variável pode assumir. Esse conjunto é chamado **conjunto universo.** O conjunto dos valores da variável para os quais a sentença é verdadeira, é chamado **conjunto verdade.**

EQUAÇÕES

Equações são sentenças matemáticas abertas que apresentam o sinal de igualdade.

Exemplos

a) $x - 3 = 12$ • A variável (ou incógnita) é x.

b) $3y + 7 = 15$ • A variável (ou incógnita) é y.

- A expressão à esquerda do sinal = chama-se 1º **membro.**
- A expressão à direita do sinal = chama-se 2º **membro.**

Exemplo:

$$\underbrace{2x - 1}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{x + 7}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Cada membro é formado por uma soma de **termos.**

Assim:

- Os termos do 1º membro são: $2x$ e -1
- Os termos do 2º membro são: x e $+7$

Neste livro, estudaremos apenas as equações do 1º grau, onde as variáveis se apresentam com o expoente 1.

Exemplo $3x + 8 = 20$ é uma equação do 1º grau com uma variável.

EXERCÍCIOS

1) Quais sentenças são equações?

■ a) $5x - 4 = 10$

b) $2x + 1 < 7$

■ c) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{2}{3}$

■ d) $x - 1 + 8 = 6x$

■ e) $5x^2 - x - 4 = 8$

f) $\frac{1}{2}x - 4 + x > 9$

2) Entre as equações do exercício 1, separe as do 1º grau com uma variável.
a) c

3) Dada a equação $7x - 3 + x = 5 - 2x$, responda:

a) Qual é o 1º membro?
$7x - 3 + x$

b) Qual é o 2º membro?
$5 - 2x$

c) Quais são os termos do 1º membro?
$7x$, -3 e x

d) Quais são os termos do 2º membro?
5 e $-2x$

RESOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

- Resolver uma equação é determinar o seu conjunto verdade.
- A solução de uma equação é chamada de **raiz da equação.**

Exemplos:

a) $x + 1 = 8$

$U = \mathbb{N}$

$V = \{7\}$

Então 7 é a raiz da equação.

b) $3x - 1 = 14$

$U = \mathbb{N}$

$V = \{5\}$

Então 5 é a raiz da equação.

Caso a equação não tenha raiz, dizemos que o conjunto verdade é vazio, e indicamos $V = \varnothing$.

EXERCÍCIOS

1) O número que, colocado no lugar de x, torna verdadeira a sentença $x + 9 = 13$ é:

a) 3 ■ b) 4 c) 12 d) 21

2) O número que, colocado no lugar de x, torna verdadeira a sentença $x - 7 = 10$ é:

a) 3 b) 4 c) -3 ■ d) 17

3) Verifique se 2 é raiz da equação $5x - 1 = 9$, com $U = \mathbb{N}$.
Resp.: 2 é raiz da equação

4) Verifique se -5 é raiz da equação $x - 3 = 8$, com $U = \mathbb{Z}$.
Resp.: -5 não é raiz da equação

5) Verifique se 1 é raiz da equação $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, com $U = \mathbb{N}$.
Resp.: 1 é raiz da equação

EQUAÇÕES EQUIVALENTES

Duas equações são **equivalentes** quando têm o mesmo conjunto verdade.

Exemplo:

Observe as equações, sendo $U = \mathbb{N}$:

a) $x + 2 = 7$

$V = \{5\}$

b) $x = 7 - 2$

$V = \{5\}$

O conjunto verdade é o mesmo. As equações são **equivalentes.**

RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU [illegible]

O processo de resolução está baseado nas propriedades da igualdade:

1ª Propriedade:

> Podemos somar (ou subtrair) um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, obtendo uma sentença equivalente.

Exemplos:

a) Resolver: $x - 3 = 5$

Solução: $x - 3 + 3 = 5 + 3$ (somando 3 aos dois membros)

$$x + 0 = 8$$

$$x = 8$$

Então: $V = \{8\}$

b) Resolver: $x + 2 = 7$

Solução: $x + 2 - 2 = 7 - 2$ (subtraindo 2 aos dois membros)

$$x + 0 = 5$$

$$x = 5$$

Então: $V = \{5\}$

Baseada nessa propriedade, podemos concluir que:

> Para "passar" um termo de uma equação de um membro para outro, troca-se o sinal desse termo.

Veja a resolução das equações anteriores de um **modo prático:**

a) $x - 3 = 5$

$$x = 5 - 3$$

$$x = 2$$

Então: $V = \{2\}$

b) $x + 2 = 7$

$$x = 7 - 2$$

$$x = 5$$

Então: $V = \{5\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as seguintes equações, sendo $U = Q$:

a) $x + 5 = 8$ $V = \{3\}$

b) $x - 4 = 3$ $V = \{7\}$

c) $x + 6 = 5$ $V = \{-1\}$

d) $x - 7 = -7$ $V = \{0\}$

e) $x + 9 = -1$ $V = \{-10\}$

f) $x + 28 = 11$ $V = \{-17\}$

g) $x - 109 = 5$ $V = \{114\}$

h) $x - 39 = -79$ $V = \{-40\}$

2) Resolver em Q a equação: $15 = x + 1$

Solução

Se $15 = x + 1$ então $x + 1 = 15$ — propriedade simétrica

$$x = 15 - 1$$

$$x = 14$$

Então: $V = \{14\}$

3) Resolva as seguintes equações, sendo $U = Q$:

a) $10 = x + 8$ $V = \{2\}$

b) $15 = x + 20$ $V = \{-5\}$

c) $4 = x - 10$

d) $7 = x + 8$ $V = \{-1\}$

e) $0 = x + 12$ $V = \{-12\}$

f) $-3 = x + 10$

2ª Propriedade:

Podemos multiplicar (ou dividir) ambos os membros de uma igualdade por um número diferente de zero, obtendo uma sentença equivalente.

Exemplos:

a) Resolver: $3x = 12$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$ (dividindo os dois membros por 3)

$$x = 4$$ Então: $V = \{4\}$

b) Resolver: $\frac{x}{5} = 2$

$$5 \cdot \frac{x}{5} = 5 \cdot 2$$ (multiplicando os dois membros por 5)

$$\frac{5x}{5} = 10$$

$$x = 10$$ Então: $V = \{10\}$

Veja a resolução das equações acima de um **modo prático** (aplicando a operação inversa):

a) $3x = 12$

$x = \frac{12}{3}$

$x = 4$

Então: $V = \{4\}$

b) $\frac{x}{5} = 2$

$x = 2 \cdot 5$

$x = 10$

Então: $V = \{10\}$

IMPORTANTE!

Veja a equação: $-x = 5$

Interessa-nos o valor de x e não o valor de $-x$. Então, devemos multiplicar os dois membros da equação por -1.

Observe: $x = -5$ Então: $V = \{-5\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as seguintes equações, sendo $U = Q$:

a) $3x = 15$ $V = \{5\}$

b) $2x = 14$ $V = \{7\}$

c) $4x = -12$ $V = \{-3\}$

d) $7x = -21$ $V = \{-3\}$

e) $13x = 13$ $V = \{1\}$

f) $9x = -9$ $V = \{-1\}$

g) $25x = 0$ $V = \{0\}$

h) $35x = -105$ $V = \{-3\}$

i) $4x = 1$ $V = \left\{\frac{1}{4}\right\}$

j) $36x = 12$ $V = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

l) $21 = 3x$ $V = \{7\}$

m) $84 = 6x$ $V = \{14\}$

2) Resolva as seguintes equações, sendo $U = Q$:

a) $\frac{x}{3} = 7$ $V = \{21\}$

b) $\frac{x}{4} = -3$ $V = \{-12\}$

c) $\frac{2x}{5} = 4$ $V = \{10\}$

d) $\frac{2x}{3} = -10$ $V = \{-15\}$

e) $\frac{3x}{4} = 30$ $V = \{40\}$

f) $\frac{2x}{5} = -18$ $V = \{-45\}$

3) Resolva as seguintes equações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

a) $-x = 9$ $V = \{-9\}$

b) $-x = -2$ $V = \{2\}$

c) $-7x = 14$ $V = \{-2\}$

d) $-7x = -14$ $V = \{2\}$

e) $-3x = 10$ $V = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$

f) $-5x = -12$ $V = \left\{\frac{12}{5}\right\}$

g) $-4x = 8$ $V = \{-2\}$

h) $-3x = -9$ $V = \{3\}$

i) $-5x = 15$ $V = \{-3\}$

j) $-2x = -10$ $V = \{5\}$

l) $15 = -3x$ $V = \{-5\}$

m) $-40 = -5x$ $V = \{8\}$

MÉTODO PRÁTICO PARA RESOLVER EQUAÇÕES

Vamos resolver as equações abaixo de um modo prático, organizando o seguinte roteiro:

1) Isolar no 1º membro os termos em x e no 2º membro os termos que não apresentam x (devemos trocar o sinal dos termos que mudam de um membro para outro).

2) Reduzir os termos semelhantes.

3) Dividir ambos os membros pelo coeficiente de x.

Exemplos:

❶ Resolver a equação:

$$3x - 4 = 2x + 8$$
$$3x - 2x = 8 + 4$$
$$x = 12$$

Então: $V = \{12\}$

❷ Resolver a equação:

$$7x - 2 + 4 = 10 + 5x$$
$$7x - 5x = 10 + 2 - 4$$
$$2x = 8$$
$$x = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

Então: $V = \{4\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as equações, sendo $U = Q$:

a) $6x - 2x + 16$ [illegible]

b) $2x - 5 = x + 1$ $V = \{6\}$

c) $2x + 3 = x + 4$ $V = \{1\}$

d) $5x + 7 = 4x + 10$ $V = \{3\}$

e) $4x - 10 = 2x + 2$ $V = \{6\}$

f) $4x - 7 = 8x - 2$ [illegible]

g) $2x + 1 = 4x - 7$ $V = \{4\}$

h) $9x + 9 + 3x = 15$ V [illegible]

i) $16x - 1 = 12x + 3$ $V = \{1\}$

j) $3x - 2 = 4x + 9$ $V = \{-11\}$

2) Resolva as equações, sendo $U = Q$:

a) $5x - 3 + x = 2x + 9$
$V = \{3\}$

b) $17x - 7x = x + 18$
$V = \{2\}$

c) $x + x - 4 = 17 - 2x + 1$
$V = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$

d) $x + 2x + 3 - 5x = 4x - 9$
$V = \{2\}$

e) $5x + 6x - 16 = 3x + 2x - 4$
$V = \{2\}$

f) $5x + 4 = 3x - 2x + 4$
$V = \{0\}$

EQUAÇÕES COM SINAIS DE [illegible]

Vamos resolver as equações abaixo, **eliminando inicialmente os parênteses.**

Exemplos:

1) Resolver a equação:

$$4(x + 3) = 1$$
$$4x + 12 = 1$$
$$4x = 1 - 12$$
$$4x = -11$$
$$x = -\frac{11}{4}$$

Então: $V = \left\{ -\frac{11}{4} \right\}$

2) Resolver a equação:

$$5(2x - 4) = 7(x + 1) - 3$$
$$10x - 20 = 7x + 7 - 3$$
$$10x - 7x = 7 - 3 + 20$$
$$3x = 24$$
$$x = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

Então: $V = \{8\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $4x - 1 = 3(x - 1)$ $V = \{-2\}$

b) $3(x - 2) = 2x - 4$ $V = \{2\}$

c) $2(x - 1) = 3x + 4$ $V = \{-6\}$

d) $3(x - 1) - 7 = 15$

e) $7(x - 4) = 2x - 3$ $V = \{5\}$

f) $3(x - 2) = 4(3 - x)$ $V = \left\{\frac{18}{7}\right\}$

g) $3(3x - 1) = 2(3x + 2)$ $V = \left\{\frac{7}{3}\right\}$

h) $7(x - 2) = 5(x + 3)$ $V = \left\{\frac{29}{2}\right\}$

i) $3(2x - 1) = -2(x + 3)$

j) $5x - 3(x + 2) = 15$ $V = \left\{\frac{21}{2}\right\}$

2) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $2x + 3x + 9 = 8(6 - x)$

b) $4(x + 10) - 2(x - 5) = 0$ $V = \{-25\}$

c) $3(2x + 3) - 4(x - 1) = 3$ $V = \{-5\}$

d) $7(x - 1) - 2(x - 5) = x - 5$ $V = \{-2\}$

e) $2(3 - x) = 3(x - 4) + 15$ $V = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

f) $3(5 - x) - 3(1 - 2x) = 42$

3) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $(4x + 6) - 2x = (x - 6) + 10 + 14$ $V = \{12\}$

b) $(x - 3) - (x + 2) + 2(x - 1) - 5 = 0$ $V = \{6\}$

c) $3x - 2(4x - 3) = 2 - 3(x - 1)$

d) $3(x - 1) - (x - 3) + 5(x - 2) = 18$ $V = \{4\}$

e) $5(x - 3) - 4(x + 2) = 2 + 3(1 - 2x)$

EQUAÇÕES QUE APRESENTAM DENOMINADORES

Vamos resolver as equações abaixo, **eliminando inicialmente os denominadores.**

Exemplos:

1 Resolver a equação:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 15$$

- Redução ao mesmo denominador m.m.c. (3, 2) = 6.

$$\frac{2x}{6} + \frac{3x}{6} = \frac{90}{6}$$

- Eliminação dos denominadores

$$2x + 3x = 90$$
$$5x = 90$$
$$x = \frac{90}{5}$$
$$x = 18$$

Então: $V = \{18\}$

2 Resolver a equação:

$$\frac{x-1}{4} - \frac{x-3}{6} = 3$$

$$\frac{3(x-1)}{12} - \frac{2(x-3)}{12} = \frac{36}{12}$$

$$3(x-1) - 2(x-3) = 36$$
$$3x - 3 - 2x + 6 = 36$$
$$3x - 2x = 36 + 3 - 6$$
$$x = 33$$

Então: $V = \{33\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as seguintes equações, sendo $U = Q$.

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$ $V = \{2\}$

b) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 5$ $V = \{20\}$

c) $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = \frac{7}{10}$ $V = \{1\}$

d) $\frac{x}{5} + 1 = \frac{2x}{3}$ $V = \left\{\frac{15}{7}\right\}$

2) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$ $V = \left\{\frac{6}{5}\right\}$

b) $\frac{x}{3} + 4 = 2x$ $V = \left\{\frac{12}{5}\right\}$

c) $\frac{x}{2} + 4 = \frac{1}{3}$ $V = \left\{-\frac{22}{3}\right\}$

d) $\frac{5x}{3} - \frac{2}{5} = 0$ $V = \left\{\frac{6}{25}\right\}$

e) $x - 1 = 5 - \frac{x}{4}$ $V = \left\{\frac{24}{5}\right\}$

f) $x + \frac{x}{2} = 15$ $V = \{10\}$

g) $\frac{8x}{3} = 2x - 9$ $V = \left\{-\frac{27}{2}\right\}$

h) $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ $V = \left\{-\frac{7}{6}\right\}$

3) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\frac{x}{2} - 7 = \frac{x}{4} + 5$
$V = \{48\}$

b) $2x - \frac{1}{2} = 5x + \frac{1}{3}$
$V = \left\{-\frac{25}{18}\right\}$

c) $x - 1 = 5 - \frac{x}{4}$
$V = \left\{\frac{24}{5}\right\}$

d) $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = 18 - \frac{x}{4}$
$V = \{24\}$

e) $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} = 26$ $V = \{48\}$

f) $\frac{x}{8} + \frac{x}{5} = 17 - \frac{x}{10}$ $V = \{40\}$

g) $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} = 2x - 50$ $V = \{24\}$

h) $\frac{5x}{2} + 7 = 2x + 4$ $V = \{-6$

4) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{x + 7}{3}$ $V = \left\{\frac{14}{3}\right\}$

b) $\frac{x + 2}{6} + \frac{x + 1}{4} = 6$ $V = \{13\}$

c) $\frac{x - 2}{3} - \frac{x + 1}{4} = 4$ $V = \{59\}$

d) $\frac{x - 1}{2} + \frac{x - 2}{3} = \frac{x - 3}{4}$ $V = \left\{\frac{5}{\ }\right\}$

e) $\frac{2x - 3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{x + 2}{2}$ $V =$

f) $\frac{2x - 3}{4} - \frac{2 - x}{3} = \frac{x - 1}{3}$ $V = \left\{\frac{13}{6}\right\}$

5) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\dfrac{3x - 2}{4} = \dfrac{3x + 3}{8}$ $V = \left\{ \dfrac{7}{3} \right\}$

b) $\dfrac{3x + 5}{4} - \dfrac{2x - 3}{3} = 3$ $V =$

c) $x + \dfrac{2(x - 2)}{3} = \dfrac{5x}{4}$

d) $\dfrac{2x + 1}{4} - \dfrac{3(3 - x)}{2} = \dfrac{56 + x}{16}$

Vamos resolver as equações abaixo, sendo U = Q.

a) $2x + 3 = 2x + 10$

$2x - 2x = 10 - 3$

$0x = 7$

Não há número que, multiplicado por zero, resulte 7. Dizemos que é uma equação **impossível**.

Logo: $V = \varnothing$.

b) $3x + 5 = 3x + 5$

$3x - 3x = 5 - 5$

$0x = 0$

Qualquer número racional multiplicado por zero é igual a zero. Dizemos que é uma **equação identidade**.

Logo: V = Q.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $3x - 7 = 2x + 5$

b) $7x + 8 = 4x - 10$ $V = \{-6\}$

c) $4x - 15 = -2x + 3$ $V = \{3\}$

d) $2x - 4 - 8 = 4x$ $V = \{-6\}$

e) $3x = x + 1 + 7$ $V = \{4\}$

f) $360 + 36x = 30x$ $V = \{-60\}$

2) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $2x + 5 - 5x = -1$ $\quad V = \{2\}$
b) $5 + 6x = 5x + 2$ $\quad V = \{-3\}$
c) $x + 2x - 1 - 3 = x$
d) $-3x + 10 = 2x + 8 + 1$ $\quad V = \left\{\frac{1}{5}\right\}$
e) $5x - 5 + x = 9 + x$ $\quad V = \left\{\frac{14}{5}\right\}$
f) $7x - 4 - x = -2x + 8 - 3x$
g) $-x - 5 + 4x = -7x + 6x + 15$ $\quad V = \{5\}$
h) $3x - 2x = 3x + 2$ $\quad V = \{-1\}$
i) $2 - 4x = 32 - 18x + 12$ $\quad V = \{3\}$
j) $2x - 1 = -3 + x + 4$
l) $3x - 2 - 2x - 3 = 0$ $\quad V = \{5\}$
m) $10 - 9x + 2x = 2 - 3x$ $\quad V = \{2\}$
n) $4x - 4 - 5x = -6 + 90$
o) $2 - 3x = -2x + 12 - 3x$ $\quad V = \{5\}$

3) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $7(x - 5) = 3(x + 1)$
b) $3(x - 2) = 4(-x + 3)$ $\quad V = \left\{\frac{18}{7}\right\}$
c) $2(x + 1) - (x - 1) = 0$ $\quad V = \{-3\}$
d) $5(x + 1) - 3(x + 2) = 0$
e) $13 + 4(2x - 1) = 5(x + 2)$
f) $4(x + 5) + 3(x + 5) = 21$
g) $2(x + 5) - 3(5 - x) = 10$ $\quad V = \{3\}$
h) $8(x - 1) = 8 - 4(2x - 3)$

4) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 3$ $\quad V = \{36\}$
b) $\frac{3x}{4} - \frac{x}{3} = 5$
c) $\frac{x}{5} - 1 = 9$
d) $\frac{x}{3} - 5 = 0$ $\quad V = \{15\}$
e) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 6$
f) $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = \frac{7}{10}$

5) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q.

a) $5x - 10 = \frac{x + 1}{2}$ $\quad V = \left\{ \frac{7}{3} \right\}$

b) $\frac{8x - 1}{2} - 2x = 3$ $\quad V = \left\{ \frac{7}{4} \right\}$

c) $\frac{2x - 7}{5} = \frac{x + 2}{3}$ $\quad V = \{ 31 \}$

d) $\frac{5x}{2} = 2x + \frac{x - 2}{3}$ $\quad V = \{ -4 \}$

e) $\frac{x - 3}{4} - \frac{2x - 1}{5} = 5$ $\quad V = \{ -37 \}$

f) $\frac{x - 1}{2} + \frac{x - 3}{3} = 6$ $\quad V = \{ 9 \}$

6) Resolva as seguintes equações, sendo U = Q:

a) $\frac{5x - 7}{2} = \frac{1}{2} + x$ $\quad V = \left\{ \frac{3}{\text{[illegible]}} \right\}$

b) $\frac{2x - 1}{3} = x - \frac{x - 1}{5}$ $\quad V = \{ -4 \}$

c) $\frac{x}{4} + \frac{3x - 2}{2} = \frac{x - 3}{2}$ $\quad V = \left\{ -\frac{2}{5} \right\}$

d) $\frac{2(x - 1)}{3} = \frac{3x + 6}{5}$ $\quad V = \{ 28 \}$

e) $\frac{3(x - 5)}{6} + \frac{2x}{4} = 7$ $\quad V = \left\{ \frac{57}{6} \right\}$

f) $\frac{x}{5} - 2 = \frac{5(x - 3)}{4}$ $\quad V = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$

TESTES

1) O número -5 é raiz da equação:

a) $x - 5 = 0$

b) $-5 + x = 0$

■ c) $x + 5 = 0$

d) $2x - 10 = 0$

2) A equação $4(x + 1) - 5(2x - 3) = 0$ é equivalente à equação:

a) $6x = 11$

■ b) $6x = 19$

c) $6x = -19$

d) $x = 2$

3) A equação $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$ é equivalente à equação:

a) $2x = 5$

■ b) $5x = 15$

c) $x = 2$

d) $x = 5$

4) A solução da equação $2(x - 1) - 1 = 8$ é um número racional:

a) menor que 1.

b) maior que 6.

■ c) compreendido entre 1 e 6.

d) igual a 11.

5) As soluções das equações $7x - 2 = -16$ e $x + 6 = 8$:

a) são iguais.

■ b) têm sinais contrários.

c) são ambas positivas.

d) são ambas negativas.

6) A soma das raízes das equações $3x - 6 = 0$ e $-5x - 10 = 0$ é:

a) 4

b) 2

c) 1

■ d) 0

7) Sendo $U = \{1, 2, 3\}$, o conjunto verdade da equação $3(x - 1) = 2x + 1$ é:

a) $V = \{1\}$

b) $V = \{2\}$

c) $V = \{3\}$

■ d) $V = \varnothing$

8) O conjunto das soluções **inteiras** da equação $2 - 3(2x - 1) = 0$ é:

a) $\left\{\frac{5}{6}\right\}$ c) $\left\{-\frac{5}{6}\right\}$

b) $\{0\}$ ■ d) $\varnothing$

9) A solução da equação $2(x + 5) - 3(5 - x) = 5$ é:

■ a) 2 c) − 2

b) 10 d) − 10

10) A equação $4x - 7 = 2(2x - 3) - 1$:

a) admite somente o zero como raiz.

b) admite somente o 1 como raiz.

■ c) admite infinitas soluções.

d) não admite soluções.

11) A solução da equação $\frac{x + 2}{2} + \frac{x + 3}{3} = 2$ é:

■ a) 0 c) 6

b) 5 d) − 2

12) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{x}{4} - \frac{x}{3} - 2x = -50$ é:

a) 12 c) − 12

■ b) 24 d) − 24

13) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{5}{2}(x + 20 - x) - 20 + 2x$ é:

■ a) 15 c) − 15

b) 25 d) − 25

14) Substituindo $x = -5$ na equação $4x - 2m = 8$ e, depois, isolando o valor de m, obtemos:

a) $m = 6$ c) $m = 14$

b) $m = -6$ ■ d) $m = -14$

15) O número 4 é raiz da equação $3x \quad m = 13$. Então, o valor de m é:

a) 1 b) 25 c) -1 ■ d) -25

16) O valor de a de modo que a equação $3a - y = 2a + y$ admita a solução $y = 1$ é:

a) 1 ■ b) 2 c) 3 d) $\frac{1}{2}$

17) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{3(x-4)}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2(x-2)}{15}$ é:

■ a) $\{5\}$ b) $\{-5\}$ c) $\left\{\frac{1}{5}\right\}$ d) $\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

18) A solução da equação $\frac{2(x+3)}{3} + \frac{5(2x-1)}{2} + \frac{1}{6} = 5x$ é:

■ a) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ c) $\{2\}$ d) $\{-2\}$

19) A solução da equação $0,3x + 6 = 0,5x + 2$ é:

a) 2 b) -2 ■ c) 20 d) -20

20) A solução da equação $x + 2,2x = \frac{x}{2} + 5,4$ é:

■ a) 2 b) -2 c) 20 d) -20

21) (UGF - RJ) A solução da equação $5(x+3) - 2(x-1) = 20$ é:

a) 3 ■ b) 1 c) 0 d) 9

22) (CESGRANRIO - RJ) A solução da equação $1 + \frac{1}{2} + x = \frac{3}{8} + \frac{7}{6}$ é:

a) $\frac{1}{48}$ b) $\frac{2}{3}$ ■ c) $\frac{1}{24}$ d) 0

23) (UFU - MG) O valor de x tal que $\frac{4x-1}{2} - \frac{-2x+1}{3}$ é:

a) 0 b) 3 ■ c) $\frac{5}{16}$ d) $\frac{16}{5}$

24) (F. OBJETIVO - SP) Se $\frac{2x}{5} + \frac{15x-1}{20} = \frac{1}{3}$, então o valor de $3x + 1$ é:

a) 1 ■ b) 2 c) 3 d) 4

10

PROBLEMAS DO 1º GRAU COM UMA VARIÁVEL

Chamamos **problemas do 1º grau** aqueles que são resolvidos por meio de uma equação do 1º grau.

Na resolução de problemas, você deve:

a) Representar a incógnita do problema por uma letra.
b) Armar a equação do problema.
c) Resolver a equação.
d) Verificar se a solução satisfaz as condições do problema.

Exemplo 1

O triplo de um número, diminuído de 12, é igual a 33. Qual é esse número?

Solução:

Equação:

- triplo de um número ⟶ $3x$
- diminuído de 12 ⟶ $3x - 12$
- é igual a 33 ⟶ $3x - 12 = 33$

Resolução:

$$3x - 12 = 33$$
$$3x = 33 + 12$$
$$3x = 45$$
$$x = \frac{45}{3}$$
$$x = 15$$

Resposta: O número procurado é 15.

Exemplo 2

Um número somado com o seu dobro é igual a 21. Qual é esse número?

Solução:

Equação:
- um número ⟶ x
- somado com seu dobro ⟶ $x + 2x$
- é igual a 21 ⟶ $x + 2x = 21$

Resolução:

$$x + 2x = 21$$
$$3x = 21$$
$$x = \frac{21}{3}$$
$$x = 7$$

Resposta: O número procurado é 7.

EXERCÍCIOS

Resolva os problemas:

1) O dobro de um número, aumentado de 15, é igual a 49. Qual é esse número?
   $2x + 15 = 49$ Resp.: 17
2) A soma de um número com o seu triplo é igual a 48. Qual é esse número?
   $x + 3x = 48$ Resp.: 12
3) A idade de um pai é igual ao triplo da idade de seu filho. Calcule essas idades, sabendo que juntos têm 60 anos. [illegible]
4) Somando 5 anos ao dobro da idade de Sônia, obtemos 35 anos. Qual é a idade de Sônia? *$2x + 5 = 35$ Resp.: 15*
5) O dobro de um número, diminuído de 4, é igual a esse número aumentado de 1. Qual é esse número? *$2x - 4 = x + 1$ Resp.: 5*
6) O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número? *$3x + 2 = x - 4$ Resp.: -3*
7) O quádruplo de um número, diminuído de 10, é igual ao dobro desse número, aumentado de 2. Qual é esse número? [illegible]
8) O triplo de um número, menos 25, é igual ao próprio número, mais 55. Qual é esse número? *$3x - 25 = x + 55$ Resp.: 40*
9) Num estacionamento há carros e motos, totalizando 78. O número de carros é igual a 5 vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?
   $x + 5x = 78$ Resp.: 13

10) Um número somado com sua quarta parte é igual a 80. Qual é esse número?

Solução

Equação:

- um número ⟶ x
- somado com sua quarta parte ⟶ $x + \frac{x}{4}$
- é igual a 80 ⟶ $x + \frac{x}{4} = 80$

Resolução:

$$x + \frac{x}{4} = 80$$
$$4x + x = 320$$
$$5x = 320$$
$$x = \frac{320}{5}$$
$$x = 64$$

Resposta: O número procurado é 64.

11) Um número mais a sua metade é igual a 15. Qual é esse número?

12) A diferença entre um número e sua quinta parte é igual a 32. Qual é esse número? $x - \frac{x}{5} = 32$ Resp.: 40

13) O triplo de um número é igual a sua metade mais 10. Qual é esse número?
$3x = \frac{x}{2} + 10$ Resp. 4

14) O dobro de um número, menos 10, é igual à sua metade, mais 50. Qual é esse número? $2x - 10 = \frac{x}{2} + 50$ Resp.: 40

15) A diferença entre o triplo de um número e a metade desse número é 35. Qual é esse número? $3x - \frac{x}{2} = 35$ Resp.: 14

16) Subtraindo 5 da terça parte de um número, obtém-se o resultado 15. Qual é esse número? $\frac{x}{3} - 5 = 15$ Resp.: 60

17) A metade dos objetos de uma caixa mais a terça parte desses objetos é igual a 25. Quantos objetos há na caixa?

18) Em uma fábrica, um terço dos empregados são estrangeiros e 72 empregados são brasileiros. Quantos são os empregados da fábrica?

$x = \frac{x}{3} + 72$ Resp.: 108

19) Flávia e Sílvia têm juntas 21 anos. A idade de Sílvia é $\frac{3}{4}$ da idade de Flávia. Qual a idade de cada uma?

[illegible]ão:

Flávia : x

Sílvia : $\frac{3}{4}x$

Flávia Sílvia

$$x + \frac{3}{4}x = 21$$

$$\frac{4x}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{84}{4}$$

$$4x + 3x = 84$$

$$7x = 84$$

$$x = 12$$

Sílvia: $\frac{3}{4} \cdot 12 = \frac{36}{4} = 9$

Resposta: Flávia tem 12 anos e Sílvia, 9 anos.

20) A soma das idades de Carlos e Mário é 40 anos. A idade de Carlos é $\frac{3}{5}$ da idade de Mário. Qual a idade de Mário?

21) A diferença entre um número e os seus $\frac{2}{5}$ é igual a 36. Qual é esse número?

$x - \frac{2}{5}x = 36$ *Resp.: 60*

22) A diferença entre os $\frac{2}{3}$ de um número e sua metade é igual a 6. Qual é esse número? $\frac{2}{3}x - \frac{x}{2} = 6$ *Resp.: 36*

23) Os $\frac{3}{5}$ de um número aumentados de 12 são iguais aos $\frac{5}{7}$ desse número. Qual é esse número? $\frac{3}{5}x + 12 = \frac{5}{7}x$ *Resp.: 105*

24) Dois quintos do meu salário são reservados para o aluguel e a metade é gasta com a alimentação, restando ainda R$ 45,00 para gastos diversos. Qual é o meu salário?

25) Lúcio comprou uma camisa que foi paga em 3 prestações. Na 1ª prestação, ele pagou a metade do valor da camisa, na 2ª prestação, a terça parte e na última, R$ 20,00. Quanto ele pagou pela camisa?

$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 20$ *Resp.: R$ 120,00*

26) Achar um número, sabendo-se que a soma de seus quocientes por 2, por 3 e por 5 é 124. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 124$ *Resp.: 120*

27) Um número tem 6 unidades a mais que outro. A soma deles é 76. Quais são esses números?.

Solução:

Número menor: x
Número maior: $x + 6$

Equação:
- a soma deles ⟶ $x + (x + 6)$
- é 76 ⟶ $x + (x + 6) = 76$

Resolução:

$$x + (x + 6) = 76$$
$$x + x = 76 - 6$$
$$2x = 70$$
$$x = \frac{70}{2}$$
$$x = 35$$

Número menor: $x = 35$
Número maior: $x + 6 = 35 + 6 = 41$.

Resposta: Os números são 35 e 41.

28) Um número tem 4 unidades a mais que o outro. A soma deles é 150. Quais são esses números?

$x + (x + 4) = 150$ Resp.: 73 e 77

29) Fábia tem 5 anos a mais que Marcela. A soma da idade de ambas é igual a 39 anos. Qual é a idade de cada uma?

$x + (x + 5) = 39$ Resp.: Marcela = 17 anos

30) Marcos e Plínio têm juntos R$ 35 000,00. Marcos tem a mais que Plínio R$ 6.000,00. Quanto tem cada um?

$x + (x + 6\,000) = 35000$ Resp. Plínio = R$ 14.500,00

31) Tenho 9 anos a mais que meu irmão, e juntos temos 79 anos. Quantos anos eu tenho?

$x + (x + 9) = 79$ Resp.: 44 anos

32) O perímetro de um retângulo mede 74 cm. Quais são suas medidas, sabendo-se que o comprimento tem 5 cm a mais que a largura?

$x + x + (x + 5) + (x + 5) = 74$ Resp.: Comprimento = 21 c

33) Eu tenho R$ 20,00 a mais que Paulo e Mário R$ 14,00 a menos que Paulo. Nos temos juntos R$ 156,00. Quantos reais tem cada um?

eu = $x + 20$ Resp.: Eu = R$ 70,00

34) A soma de dois números consecutivos é 51. Quais são esses números?

Solução:

Número: x

Número consecutivo: $x + 1$

Equação
- a soma de dois números consecutivos → $x + (x + 1)$
- é 51 → $x + (x + 1) = 51$

Resolução: $x + (x + 1) = 51$

$$x + x = 51 \quad 1$$

$$2x = 50$$

$$x = \frac{50}{2}$$

$$x = 25$$

Número: $x = 25$

Número consecutivo: $x + 1 = 25 + 1 = 26$

Resposta: Os números são 25 e 26.

35) A soma de dois números consecutivos é igual a 145. Quais são esses números? *$x + (x + 1) = 145$* *Resp.: 72 e 73*

36) A soma de um número com seu sucessor é 71. Qual é esse número?
$x + (x + 1) = 71$ *Resp.: 35 e 36*

37) A soma de três números consecutivos é igual a 54. Quais são esses números? *$x + (x + 1) + (x + 2) = 54$* *Resp.: 17, 18 e 19*

38) A soma de dois números interros e consecutivos é − 31. Quais são esses números? *$x + (x + 1) = -31$* *Resp.: − 16 e − 15*

39) A soma de dois números ímpares consecutivos é 264. Quais são esses números? *$x + (x + 2) = 264$* *Resp.: 131 e 133*

40) A soma de dois números é 32 e a diferença é 8. Quais são esses números?

Solução:

Número maior: x
Número menor: $32 - x$ } soma = 32

Equação:

- a soma de dois números é 32 — x ; $32 - x$
- a diferença é 8 ⟶ $x - (32 - x) = 8$

Resolução:

$$x - (32 - x) = 8$$
$$x - 32 + x = 8$$
$$x + x = 8 + 32$$
$$2x = 40$$
$$x = \frac{40}{2}$$
$$x = 20$$

Número maior: $x = 20$

Número menor: $32 - x = 32 - 20 = 12$

Resposta: Os números são 20 e 12.

41) A soma de dois números é igual a 27 e a diferença é 7. Quais são esses números? $x \rightarrow$ *maior* ; $27 - x \rightarrow$ *menor* $\quad x - (27 - x) = 7$ *Resp.: 17 e 10*

42) A soma de dois números é igual a 37 e a diferença é 13. Quais são esses números?

43) Um senhor tem coelhos e galinhas num total de 20 cabeças e 58 pés. Determinar o número de coelhos e galinhas.

Nº de coelhos: $20 - x$ *Resp.: 11 galinhas e 9 coelhos*

44) Eu tenho 30 cédulas, algumas de R$ 5,00 e outras de R$ 10,00. O valor total das cédulas é de R$ 250,00. Quantas cédulas de R$ 5,00 e quantas cédulas de R$ 10,00 eu tenho?

º de cédulas de R$ 5,00 = *Resp. 10 cédulas de R$ 5,00 e*

45) Num pátio há bicicletas e carros num total de 20 veículos e 56 rodas. Determine o número de bicicletas e de carros.

bicicletas: x | *carros: $20 - x$* *$2x + 4(20 - x) = 56$*

Resp. 12 bicicletas e 8 carros

46) Carlos tem 17 anos e Mário tem 15 anos. Daqui a quantos anos a soma de suas idades será 72 anos?

Nº de anos = x *Carlos = $17 + x$* *Mário = $15 + x$* *$(17 + x) + (15 + x) = 72$* *Resp.: 20 anos*

47) Um senhor tem 25 anos de idade e seu filho 7 anos. Daqui a quantos anos a idade do pai será o triplo da idade do filho?

Nº de anos: x *Pai: $25 + x$* *Filho: $7 + x$* *$25 + x = 3(7 + x)$* *Resp.: 2 anos*

48) Dois irmãos têm 32 e 8 anos respectivamente. Quantos anos faltam para que a idade do mais velho seja o triplo da idade do mais novo?

Número de anos: x *$32 + x = 3(8 + x)$* *Resp.: 4 anos*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Resolva os problemas:

1) O triplo de um número, mais 10, é igual a 136. Qual é esse número?

$3x + 10 = 136$ *Resp.: 42*

2) O quádruplo de um número, diminuído de três, é igual a 33. Qual é esse número? *$4x - 3 = 33$* *Resp.: 9*

3) As idades de dois irmãos somam 27 anos e a idade do primeiro é o dobro da idade do segundo. Qual é a idade de cada um?

$x + 2x = 27$ *Resp.: 18 anos e 9 anos*

4) Um número somado com sua quarta parte é igual a 20. Qual é esse número?

$x + \frac{x}{4} = 20$ *Resp.: 16*

5) A terça parte de um número diminuída de sua quinta parte é igual a 6. Qual é o número? *$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 6$* *Resp.: 45*

6) As idades de três irmãos somam 99 anos. Sabendo-se que o mais jovem tem um terço da idade do mais velho e o segundo irmão tem a metade da idade do mais velho, qual a idade do mais velho?

$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 99$ Resp.: 54 anos

7) A diferença entre um número e os seus $\frac{3}{5}$ é igual a 16. Qual é esse número? $x - \frac{3x}{5} = 16$ Resp.: 40

8) Em uma escola, um terço dos alunos são meninos e 120 alunos são meninas. Quantos alunos há na escola?

$x = \frac{x}{3} + 120$ Resp.: 180

9) Um tijolo pesa 1 kg mais meio tijolo. Quantos quilogramas pesa o tijolo?

$x = 1 + \frac{x}{2}$ Resp.: 2 kg

10) Multiplicando-se um número por 5 e adicionando-se 9 ao produto, obtém-se 64. Qual é esse número? $5x + 9 = 64$ Resp.: 11

11) A soma de dois números consecutivos é 273. Quais são esses números?

$x + (x + 1) = 273$ Resp.: 136 e 137

12) A soma de três números consecutivos é 156. Quais são esses números?

$x + (x + 1) + (x + 2) = 156$ Resp.: 51, 52 e 53

13) A soma de dois números é 106 e a diferença é 12. Quais são esses números?

Nº maior = x
Nº menor = $106 - x$

$x - (106 - x) = 12$ Resp. 59 e 47

14) Repartir R$ 540,00 entre três meninos, de modo que o segundo receba o dobro do primeiro e o terceiro o triplo do primeiro.

$x + 2x + 3x = 540$

Resp.: 1º, R$ 90,00; 2º, R$ 180,00; 3º, R$ 270,00

15) Foram distribuídos 28 lápis entre 3 meninos, de modo que o segundo recebeu a metade do que recebeu o primeiro e o dobro do que recebeu o terceiro. Quantos lápis recebeu cada menino?

1º = $4x$
2º = $2x$
3º = x

$4x + 2x + x = 28$

Resp.: 1º, 16 ; 2º, 8 ; 3º, 4

16) Distribuir R$ 438,00 entre três pessoas, de modo que as duas primeiras recebam quantias iguais e a terceira o dobro do que receber as duas primeiras.

1ª → x
2ª → x
3ª → 2 (x + x) = 4x

$x + x + 4x = 438$

Resp.: R$ 73,00; R$ 73,00; R$ 292,00

17) Numa caixa, o número de bolas pretas é o triplo de bolas brancas. Se tirarmos 2 brancas e 26 pretas, o número de bolas de cada cor ficará igual. Qual a quantidade de bolas brancas?

Nº de bolas brancas = x
Nº de bolas pretas = 3x

$3x - 26 = x - 2$

Resp.: 12

18) Eu tenho 20 cédulas, algumas de R$ 5,00 e outras de R$ 10,00. O valor total das cédulas é de R$ 165,00. Quantas cédulas de R$ 5,00 e quantas de R$ 10,00 eu tenho?

Nº de cédulas de R$ 5,00 = x
Nº de cédulas de R$ 10,00 = 20 − x

$5x + 10(20 - x) = 165$

Resp.: 7 cédulas de R$ 5,00 e 13 cédulas de R$ 10,00

TESTES

1) A soma de dois números é 30. Se um deles for x, o outro será:

a) $30x$
b) $\frac{30}{x}$
c) $x - 30$
■ d) $30 - x$

2) Um número excede o outro em 5 unidades. Se o maior é x, então o menor é:

a) $5 + x$
b) $5 - x$
■ c) $x - 5$
d) $x + 5$

3) Uma pessoa tem atualmente 10 anos. Daqui a x anos terá:

■ a) $(10 + x)$ anos
b) $(x - 10)$ anos
c) $(10x)$ anos
d) $\left(\frac{10}{x}\right)$ anos

4) A idade de Márcia é x anos. Luís tem o dobro da idade de Márcia, mais 5 anos. A idade de Luís pode ser representada por:

a) $2 + x = 5$
b) $\frac{x}{2} + 5$
c) $2x + 5x$
■ d) $2x + 5$

5) Simbolicamente, a sentença "o dobro de um número é igual aos seus $\frac{3}{4}$ aumentados de 15" se escreve:

a) $2x = \frac{3}{4} + 15$

■ b) $2x = \frac{3}{4}x + 15$

c) $2 + x = \frac{3}{4} + 15$

d) $x = 2\left(\frac{3}{4} + 15\right)$

6) Pensei em um número que multiplicado por 3 e adicionado a 4 dá 19. Esse número é:

a) 4

■ b) 5

c) 6

d) 7

$3x + 4 = 19 \Leftrightarrow x = 5$

7) Um número somado com o seu triplo é igual a 120. Esse número é:

a) 20

b) 40

■ c) 30

d) 60

$x + 3x = 120 \Leftrightarrow x = 30$

8) A soma de dois números consecutivos é 153. O maior deles é:

a) 66

b) 67

c) 76

■ d) 77

$x + (x + 1) = 153 \Leftrightarrow x = 76$

Número maior: $76 + 1 = 77$

9) O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número, mais 8. Esse número é:

a) 1

b) 2

■ c) 3

d) 4

$3x + 2 = x + 8 \Leftrightarrow x = 3$

10) Pensei em um número que somado com seu dobro e diminuído de 5 é igual a 37. Esse número é:

■ a) 14

b) 16

c) 39

d) 45

$x + 2x - 5 = 37 \Leftrightarrow x = 14$

11) O perímetro de um triângulo é 12 cm e as medidas dos lados são números consecutivos. Então, o menor lado mede:

■ a) 3 cm
b) 4 cm
c) 2 cm
d) 5 cm

$x + (x + 1) + (x + 2) = 12$

$x = 3$

12) Três números pares e consecutivos têm por soma 60. O maior deles vale:

a) 16
b) 18
c) 20
■ d) 22

$x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

$x = 18$

Número maior: $18 + 4 = 22$

13) Tenho 5 anos a mais que meu amigo e juntos temos 71 anos. Quantos anos eu tenho?

a) 33
b) 36
■ c) 38
d) 41

$(x + 5) + x = 71 \Leftrightarrow x = 33$

Eu: $33 + 5 = 38$

14) Numa partida de basquete as duas equipes fizeram um total de 145 pontos. A equipe A fez o dobro de pontos, menos 5, que a equipe B. Então, a equipe A marcou:

a) 45 pontos
b) 50 pontos
c) 90 pontos
■ d) 95 pontos

$x + (2x - 5) = 145$

Então: $x = 50$

Equipe A = [illegible] $50 - 5 = 95$

15) Ari e Rui têm juntos R$ 840,00. A quantia de Ari é igual a $\frac{3}{4}$ da quantia de Rui. Logo, Rui tem:

a) R$ 360,00
b) R$ 420,00
■ c) R$ 480,00
d) R$ 630,00

$x + \frac{3}{4}x = 840$

$x = 480$

16) Se eu tivesse mais 5 anos estaria com o triplo da idade do meu irmão que tem 15 anos. Qual é a minha idade?

a) 30 anos
b) 35 anos
■ c) 40 anos
d) 45 anos

$x + 5 = 3 \cdot 15 \Leftrightarrow x = 40$

17) (JF-SE) Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então o número de bolas brancas é:

a) 72
b) 120
c) 240
■ d) 288

$x + 4x = 360 \Leftrightarrow x = 72$

Bolas brancas: $4 \cdot 72 = 288$

18) (UMC-SP) Deseja-se cortar uma tira de couro de 120 cm de comprimento, em duas partes tais que o comprimento de uma seja igual ao triplo da outra. A parte maior mede:

a) 75 cm
b) 80 cm
■ c) 90 cm
d) 95 cm

$x + 3x = 120 \Leftrightarrow x = 30$

Parte maior: $3 \cdot 30 = 90$

19) (JF-MT) O número que somado aos seus $\frac{2}{3}$ resulta 30 é:

a) ímpar
b) primo
c) divisor de 30
■ d) múltiplo de 9

$x + \frac{2}{3}x = 30$

$x = 18$

20) (UF-GO) Diminuindo-se 6 anos da idade de minha filha obtém-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. A idade de minha filha, em anos, é:

a) 10
■ b) 15
c) 12
d) 18

$x - 6 = \frac{3}{5}x \Leftrightarrow x = 15$

21) Pedro tem R$ 4.000,00 e César tem R$ 400,00. Que quantia deve ser somada a cada um dos valores, de modo que César fique com a quinta parte de Pedro?

Pedro: $4000 + x$
César: $400 + x$

$400 + x = \frac{4000 + x}{5} \Leftrightarrow x = 500$

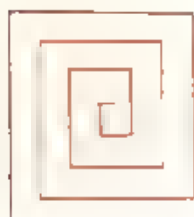
a) R$ 400,00
■ b) R$ 500,00
c) R$ 600,00
d) R$ 800,00

22) Paga-se um lápis de R$ 180,00 com cédulas de R$ 5,00 e de R$ 10,00. Se o número total de cédulas é 23, então necessariamente foi pago com:

■ a) 10 cédulas de R$ 5,00
b) 12 cédulas de R$ 5,00
c) 13 cédulas de R$ 5,00
d) 14 cédulas de R$ 5,00

cédulas de R\$ 5,00 → x
cédulas de R\$ 10,00 → $23 - x$

$5x + 10(23 - x) = 180 \Leftrightarrow x = 10$

11

INEQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA VARIÁVEL

Chama-se **inequação** toda sentença matemática aberta expressa por uma desigualdade.

Exemplos:

a) $x + 2 < 9$

b) $3x - 4 > 0$

c) $4x - 3 \geq x - 7$

d) $\frac{8x + 1}{2} < 6$

São inequações do 1º grau, pois a variável x se apresenta com expoente 1.

Em uma inequação a expressão que:

- estiver à **esquerda** do sinal de desigualdade é o **primeiro membro.**
- estiver à **direita** do sinal de desigualdade é o **segundo membro.**

Exemplos:

a) Na inequação: $5x - 1 > x + 6$

- O 1º membro é $5x - 1$
- O 2º membro é $x + 6$

b) Na inequação: $4x - 6 < 3 + x$

- O 1º membro é $4x - 6$
- O 2º membro é $3 + x$

EXERCÍCIOS

1) Quais das seguintes sentenças são inequações?

a) $x - 3 = 10$

■ b) $x + 4 < 0$

■ c) $5x \geq 1 - 2x$

d) $x + y = 4$

e) $\frac{3x + 2}{3} = 4x$

f) $2 + 3 + 1 < 7$

g) $7(x + 1) = 6 - 5x$

■ h) $3(x - 2) \leq 7x - 2$

■ i) $-4 > 2x - 6 + x$

■ j) $\frac{x}{2} + 3 > \frac{1}{2} - x$

2) Especifique o 1º membro e o 2º membro das inequações:

a) $\underbrace{3x + 2}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} > \underbrace{8}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$

b) $\underbrace{5x - 6}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} \leqslant \underbrace{-9}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$

c) $\underbrace{7x - 1}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} < \underbrace{4x + 3}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$

d) $\underbrace{x + 5}_{1^{\underline{o}}\text{ membro}} \geqslant \underbrace{4x - 2}_{2^{\underline{o}}\text{ membro}}$

RESOLUÇÃO DE INEQUAÇÕES

Resolver uma inequação é determinar os valores que tornam o seu conjunto verdade num dado conjunto universo.

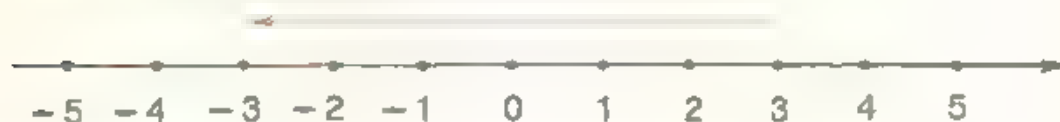
Vejamos a resolução das inequações abaixo, sendo $U = \mathbb{N}$.

a) A solução de $x < 4$ é $\{0, 1, 2, 3\}$.

b) A solução de $x > 4$ é $\{5, 6, 7, ...\}$.

c) A solução de $2x < 10$ é $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Outros exemplos:

d) Resolver a inequação $x < 4$, sendo $U = \mathbb{Z}$.

Todo número inteiro menor que 4 é solução dessa inequação.

Logo: $V = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Podemos, também, representar esse conjunto assim:

$$V = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 4\}$$

- **A barra vertical "|" é lida "tal que".**

e) Resolver a inequação $x < 4$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

Todo número racional menor que 4 é solução dessa inequação.

Logo: $V = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 4\}$

EXERCÍCIOS

1) Quais dos números abaixo satisfazem a inequação $x + 1 < 5$?

a) 0 c) 2 e) 4 g) 6 i) 8

b) 1 d) 3 f) 5 h) 7 j) 9

2) Quais dos números abaixo satisfazem a inequação $3x - 4 < x + 12$?

a) 4 b) 9 c) -3 d) $\frac{1}{2}$

3) Quais das inequações abaixo admitem o número -2 como solução?

a) $2x + 3 > 0$ c) $-3 - 4x > 2$

b) $3x - 1 < 5$ d) $3x - 1 > x - 6$

SENTIDO DE UMA INEQUAÇÃO

Sentido de uma inequação é dado pelo sinal que exprime a desigualdade.

Veja:

- Os sinais $>$ e $>$ têm o mesmo sentido.
- Os sinais $>$ e $<$ têm sentidos opostos.
- Os sinais $<$ e $<$ têm o mesmo sentido.
- Os sinais $<$ e $>$ têm sentidos opostos.

PROPRIEDADES DAS DESIGUALDADES

1) **Propriedade aditiva.**

Uma desigualdade não muda de sentido quando adicionamos (ou subtraímos) a ambos os membros o mesmo número.

mesmo sentido

Exemplos: a) Se $8 > 7$ então $8 + 1 > 7 + 1$

b) Se $8 > 7$ então $8 - 1 > 7 - 1$

mesmo sentido

2) Propriedade multiplicativa.

a) Uma desigualdade **não muda de sentido** quando multiplicamos ambos os membros por um mesmo **número positivo.**

Exemplo:

Se $8 > 3$ então $8 \cdot \boxed{2} > 3 \cdot \boxed{2}$; isto é: $16 > 6$

mesmo sentido

b) Uma desigualdade muda de sentido quando multiplicamos ambos os membros por um mesmo **número negativo.**

Exemplo:

Se $8 > 3$ então $8 \cdot (-2) < 3 \cdot (-2)$; isto é: $-16 < -6$

mudou de sentido

RESOLUÇÃO DE UMA INEQUAÇÃO DO 1º GRAU COM UMA VARIÁVEL

Na resolução de inequações vamos aplicar as mesmas técnicas utilizadas na resolução de equações.

APENAS
UM
CUIDADO
ESPECIAL!

Se multiplicarmos uma desigualdade por um número **negativo,** o sentido da desigualdade deverá ser **invertido.**

Exemplos:

❶ Resolver a inequação $7x + 3 > 8 + 4x$, sendo $U = Q$.

Solução:

$$7x + 3 > 8 + 4x$$
$$7x - 4x > 8 - 3$$
$$3x > 5$$
$$x > \frac{5}{3}$$

$$V = \left\{ x \in Q \mid x > \frac{5}{3} \right\}$$

2 Resolver a inequação $2x + 5 > 4x + 11$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

Solução:

$$2x + 5 > 4x + 11$$
$$2x - 4x > 11 - 5$$
$$-2x > 6 \quad \cdot(-1)$$
$$2x < -6$$
$$x < \frac{-6}{2}$$
$$x < -3$$

> Multiplicando ambos os membros por −1, que é negativo, o sentido da desigualdade se inverte.

$V = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < -3\}$

EXERCÍCIOS

1) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

a) $x + 5 < 7$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 2\}$

b) $3x + 5 < 8$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 1\}$

c) $2x - 4 \leq 6$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 5\}$

d) $-x - 10 > -2$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < -8\}$

e) $3x - 2 \leq 2x + 4$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 6\}$

f) $4 - 3x > x + 6$ $\left\{x \in \mathbb{Q} \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$

g) $2x - 9 < 5x - 3$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x > -2\}$

h) $7x + 4 - 5x < 20$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 8\}$

2) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$:

a) $3x + 4 > 7 - 3 - 1$ $\left\{x \in \mathbb{Q} \mid x > -\frac{1}{3}\right\}$

b) $2x - 1 < 4 + x + 5$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 10\}$

c) $2x + x - 5 > 19 + 5x$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < -12\}$

d) $12x + x - 6 \leq 8x + 4$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 2\}$

e) $x + 9 - 9x > 3 - 5x$ $\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 2\}$

3) Resolver a inequação $3(x - 1) - 2(x + 1) \geq -9$

Solução:

$$3(x - 1) - 2(x + 1) \geq -9$$

$$3x - 3 - 2x - 2 \geq -9$$

$$3x - 2x \geq -9 + 3 + 2$$

$$x \geq -4$$

$V = \{x \in Q \mid x \geq -4\}$

4) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = Q$:

a) $7(x - 1) < 5 - 2x$ $\left\{x \in Q \mid x < \frac{4}{3}\right\}$

b) $10x - 1 \leq 4(x + 1)$ $\left\{x \in Q \mid x \leq \frac{5}{6}\right\}$

c) $3(x - 2) < 5x - 8$ $\{x \in Q \mid x > 1\}$

d) $6x - 3(4 - 2x) > 0$ $\{x \in Q \mid x > 1\}$

e) $3(x + 1) > 4(x + 2)$ $\{x \in Q \mid x < -5\}$

f) $5x - 9(2 - x) \geq 0$ $\left\{x \in Q \mid x \geq \frac{9}{7}\right\}$

g) $6(2 + x) > -2(-6 + 3x)$ $\{x \in Q \mid x > 0\}$

h) $2(x - 1) - 9x > 6x$ $\left\{x \in Q \mid x < -\frac{2}{13}\right\}$

i) $2(x - 3) + 3(x - 1) \leq 36$ $\{x \in Q \mid x \leq 9\}$

j) $4(x + 1) - 10 \geq 5(5x - 1)$ $\left\{x \in Q \mid x \leq -\frac{1}{21}\right\}$

5) Resolver a inequação $\frac{x + 1}{6} + \frac{x - 2}{3} > 1$, sendo $U = Q$.

Solução:

$$\frac{x + 1}{6} + \frac{x - 2}{3} > 1$$

$$\frac{x + 1}{6} + \frac{2(x - 2)}{6} > \frac{6}{6}$$

$$x + 1 + 2(x - 2) > 6$$

$$x + 1 + 2x - 4 > 6$$

$$x + 2x > 6 - 1 + 4$$

$$3x > 9$$

$$x > \frac{9}{3}$$

$$x > 3$$

$V = \{x \in Q \mid x > 3\}$

6) Resolva as seguintes inequações, sendo U = Q:

a) $\frac{x}{3} + 2 > x$ $\{x \in Q \mid x < 3\}$

b) $3x + \frac{x}{2} \geq \frac{5}{2}$

c) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} < 1$ $\{x \in Q \mid x < 6\}$

d) $\frac{3x}{4} < \frac{2x}{7} + 1$ $\left\{x \in Q \mid x < \frac{28}{13}\right\}$

e) $\frac{x}{3} + x < 4$ $\{x \in Q \mid x < 3\}$

f) $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} < \frac{x}{4}$

g) $\frac{x}{3} - 2 < \frac{4x}{3} - 4$

h) $\frac{5x}{3} - 10 > \frac{x}{4} + x$

7) Resolva as seguintes inequações, sendo U = Q:

a) $3x - \frac{1}{5} < \frac{5x}{3} + 3$

b) $4x - \frac{3}{4} > \frac{6}{5}x + \frac{1}{5}$

c) $\frac{x - 5}{3} > 5$

d) $\frac{x + 2}{9} < \frac{x - 1}{6}$ $\{x \in Q \mid x > 7\}$

e) $\frac{x}{6} + \frac{x - 1}{2} < 2$

f) $\frac{x - 1}{2} - \frac{x + 3}{3} < 0$

8) Resolva as seguintes nequações, sendo $U = Q$:

a) $\frac{3x}{4} + x > \frac{10 - 4x}{2}$ $\left\{x \in Q \mid x > \frac{4}{3}\right\}$

b) $\frac{6x - 3}{2} + \frac{x + 1}{2} > \frac{x + 3}{6}$ $\left\{x \in Q \mid x > \frac{9}{20}\right\}$

c) $\frac{x - 1}{2} + \frac{x + 1}{3} < 2(x - 3)$ $\{x \in Q \mid x > 5\}$

d) $x - 1 > \frac{x - 1}{2} - \frac{x + 1}{10}$ $\left\{x \in Q \mid x > -\frac{2}{3}\right\}$

e) $\frac{6x - 3}{2} + \frac{x + 1}{2} < \frac{x + 3}{6}$ $\left\{x \in Q \mid x < \frac{9}{20}\right\}$

f) $\frac{11x}{10} - \frac{2(x - 1)}{2} < \frac{3}{10}$ $\{x \in Q \mid x < -7\}$

g) $\frac{x - 1}{2} - \frac{x + 1}{3} \geqslant \frac{1}{6}$ $\{x \in Q \mid x \geqslant 6\}$

h) $\frac{x + 3}{4} - \frac{1}{2} \leqslant \frac{x - 5}{3} + \frac{1}{6}$ $\{x \in Q \mid x \geqslant 21\}$

i) $\frac{3(x - 1)}{2} - \frac{x - 1}{2} < \frac{x + 1}{3}$ $\{x \in Q \mid x < 2\}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = Q$:

a) $x - 10 > -2$ $\{x \in Q \mid x > 8\}$

b) $-2x > 10$ $\{x \in Q \mid x < -5\}$

c) $-3x < -12$ $\{x \in Q \mid x > 4\}$

d) $x - 3 \leqslant 8$ $\{x \in Q \mid x \leqslant 11\}$

e) $8x - 5 > 6x + 1$ $\{x \in Q \mid x > 3\}$

f) $x + 1 > 3 - 2x$ $\left\{x \in Q \mid x > \frac{2}{3}\right\}$

g) $7x - 13 \leqslant 3x - 1$ $\{x \in Q \mid x \leqslant 3\}$

h) $5x - 5 > -9 + 3x$ $\{x \in Q \mid x > -2\}$

2) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = Q$:

a) $5(2x - 3) > 3x - 8$ $\{x \in Q \mid x > 1\}$

b) $x + 1 + 2(x - 2) \geqslant 6$ $\{x \in Q \mid x \geqslant 3\}$

c) $4(x - 7) < 2(x + 3)$ $\{x \in Q \mid x < 17\}$

d) $7(x + 10) \leqslant 8(8 + x)$ $\{x \in Q \mid x \geqslant 6\}$

e) $x + 5 - 6x > -(x + 13)$ $\left\{x \in Q \mid x < \frac{9}{2}\right\}$

f) $5x - 3(x - 2) > 14 - 2x$ $\{x \in Q \mid x > 2\}$

g) $3(5 + x) > 2(3 - x) + 1$ $\left\{x \in Q \mid x > -\frac{8}{5}\right\}$

h) $2(x + 3) < 3(x - 1) + 6$ $\{x \in Q \mid x > 3\}$

i) $x + 4(x - 3) < 10 - 2(x - 3)$ $\{x \in Q \mid x < 4\}$

j) $3(2x - 1) - 5(-x + 2) < 3x + 3$ $\{x \in Q \mid x < 2\}$

3) Resolva as seguintes inequações, sendo $U = Q$:

a) $\frac{3}{2}x > x - 5$ $\{x \in Q \mid x > 10\}$

b) $\frac{2x}{5} < x + 3$ $\{x \in Q \mid x > -5\}$

c) $\frac{x}{2} - 1 < \frac{x}{3}$ $\{x \in Q \mid x < 6\}$

d) $\frac{2x}{5} + \frac{x}{2} > \frac{3}{4}$ $\left\{x \in Q \mid x > \frac{5}{6}\right\}$

e) $\frac{x}{4} + \frac{5}{6} < \frac{2x}{3}$ $\{x \in Q \mid x > 2\}$

f) $\frac{x}{6} + \frac{1}{2} < \frac{1}{3} - \frac{x}{2}$ $\left\{x \in Q \mid x < \frac{1}{4}\right\}$

g) $2x + 4 < \frac{x}{2} - 4$ $\left\{x \in Q \mid x < -\frac{16}{3}\right\}$

h) $\frac{2x + 1}{5} \geqslant \frac{x - 1}{2}$ $\{x \in Q \mid x \leqslant 7\}$

TESTES

1) Dadas as sentenças matemáticas abertas:

I) $4x - 2 \geq 0$ II) $x + 2 = -3 - x$ III) $7 - 3x < 2$

Quantas são inequações?

a) 0
b) 1
■ c) 2
d) 3

2) A inequação $-3x < 6$ é equivalente à inequação:

a) $3x < 6$
b) $3x > 6$
c) $3x < -6$
■ d) $3x > -6$

3) Multiplicando a inequação $-4x + 5 > 2$ por -1 obtemos:

a) $4x - 5 > -2$
■ b) $4x - 5 < -2$
c) $4x - 5 < 2$
d) $4x - 5 > 2$

4) (UGF - RJ) A solução de $6 - 2x < 0$ é o conjunto dos números racionais x tais que:

a) $x < 0$
b) $x > 0$
■ c) $x > 3$
d) $x < -3$

5) (FIB - RJ) A solução de $5x - 8 > 3x + 16$ é o conjunto dos números racionais x tais que:

■ a) $x > 12$
b) $x < 12$
c) $x = 12$
d) n.d.a.

6) Sendo $U = Z$, o conjunto verdade da inequação $2x - 2 < 3x - 6$ é:

a) $\{0, 1, 2, 3\}$
b) $\{4, 5, 6, ...\}$
c) $\{..., 1, 2, 3\}$
■ d) $\{5, 6, 7, ...\}$

7) Sendo $U = Q$, o conjunto verdade da inequação $2x - 3 \leq x + 4$ é:

■ a) $\{x \in Q \mid x \leq 7\}$
b) $\{x \in Q \mid x \geq 7\}$
c) $\{x \in Q \mid x \leq -7\}$
d) $\{x \in Q \mid x \geq -7\}$

8) Sendo V o conjunto verdade da inequação

$3(x - 2) - 1 \geqslant -3 + 5(x - 2)$, então:

a) $0 \notin V$

b) $3 \notin V$

c) $5 \in V$

■ d) $-2 \in V$

9) Sendo V o conjunto verdade da inequação

$1 + 3x - 5(x - 8) \leqslant 2x - 3$, em Q,

então, conclui-se que:

a) $10 \in V$

b) $35 \notin V$

c) $\{-6, -5, 5, 6\} \subset V$

■ d) $\{11, 12, 13, 14\} \subset V$

10) Em Q, o conjunto verdade de $3(6x - 3) + 3(x + 1) > 3 + x$ é:

■ a) $\left\{x \in Q \mid x > \frac{9}{20}\right\}$

b) $\left\{x \in Q \mid x < \frac{9}{20}\right\}$

c) $\left\{x \in Q \quad x > -\frac{9}{20}\right\}$

d) $\left\{x \in Q \mid x < -\frac{9}{20}\right\}$

11) Sendo U = Q, o conjunto verdade da inequação $\frac{3}{2}x - 3 > 6$ é:

a) $\{x \in Q \mid x < -6\}$

b) $\{x \in Q \mid x > -6\}$

c) $\{x \in Q \mid x < 6\}$

■ d) $\{x \in Q \mid x > 6\}$

12) Sendo U = Q, o conjunto verdade da inequação $\frac{x}{3} + 1 < 5 - \frac{x}{2}$ é:

a) $\left\{x \in Q \mid x > \frac{24}{5}\right\}$

■ b) $\left\{x \in Q \mid x < \frac{24}{5}\right\}$

c) $\left\{x \in Q \mid x > -\frac{24}{5}\right\}$

d) $\left\{x \in Q \mid x < -\frac{24}{5}\right\}$

13) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{x}{2} + 2 > \frac{x}{3} - 1$ é:

■ a) $\{x \in Q \mid x > -18\}$

b) $\{x \in Q \mid x < -18\}$

c) $\{x \in Q \mid x > 18\}$

d) $\{x \in Q \mid x < 18\}$

14) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} \geq \frac{x}{3} + \frac{x}{5} - \frac{1}{2}$ é:

a) $\left\{x \in Q \mid x \geq \frac{30}{17}\right\}$

■ b) $\left\{x \in Q \mid x \leq \frac{30}{17}\right\}$

c) $\left\{x \in Q \mid x \geq -\frac{30}{17}\right\}$

d) $\left\{x \in Q \mid x \leq -\frac{30}{17}\right\}$

15) O maior valor inteiro de x que satisfaz a inequação

$\frac{5x - 7}{4} - \frac{3}{2} < \frac{3}{4} - \frac{3x}{4}$ é:

a) 0

■ b) 1

c) 2

d) 3

16) Em Q, o conjunto verdade de $\frac{x + 1}{5} - \frac{2x - 3}{4} < 3$ é:

a) $\left\{x \in Q \mid x > \frac{41}{6}\right\}$

■ b) $\left\{x \in Q \mid x > -\frac{41}{6}\right\}$

c) $\left\{x \in Q \mid x < \frac{41}{6}\right\}$

d) $\left\{x \in Q \mid x < -\frac{41}{6}\right\}$

17) Em Q, o conjunto verdade de $2x \leq 5 + \frac{3x + 10}{4}$ é:

a) $\{x \in Q \mid x \geq 6\}$

■ b) $\{x \in Q \mid x \leq 6\}$

c) $\{x \in Q \mid x \geq -6\}$

d) $\{x \in Q \mid x \leq -6\}$

18) (CESCEA-SP) A solução da inequação $9(x - 5) < -4(1 - x)$ é o conjunto dos números racionais x tais que:

a) $x < -\frac{41}{8}$

b) $x > \frac{41}{2}$

■ c) $x < \frac{41}{5}$

d) $x < \frac{41}{13}$

19) (CESESP - PE) O conjunto solução da inequação

$\frac{x}{3} - \frac{x + 1}{2} > \frac{2x}{4} + \frac{1}{3}$, no universo IN, é:

■ a) vazio.

b) unitário.

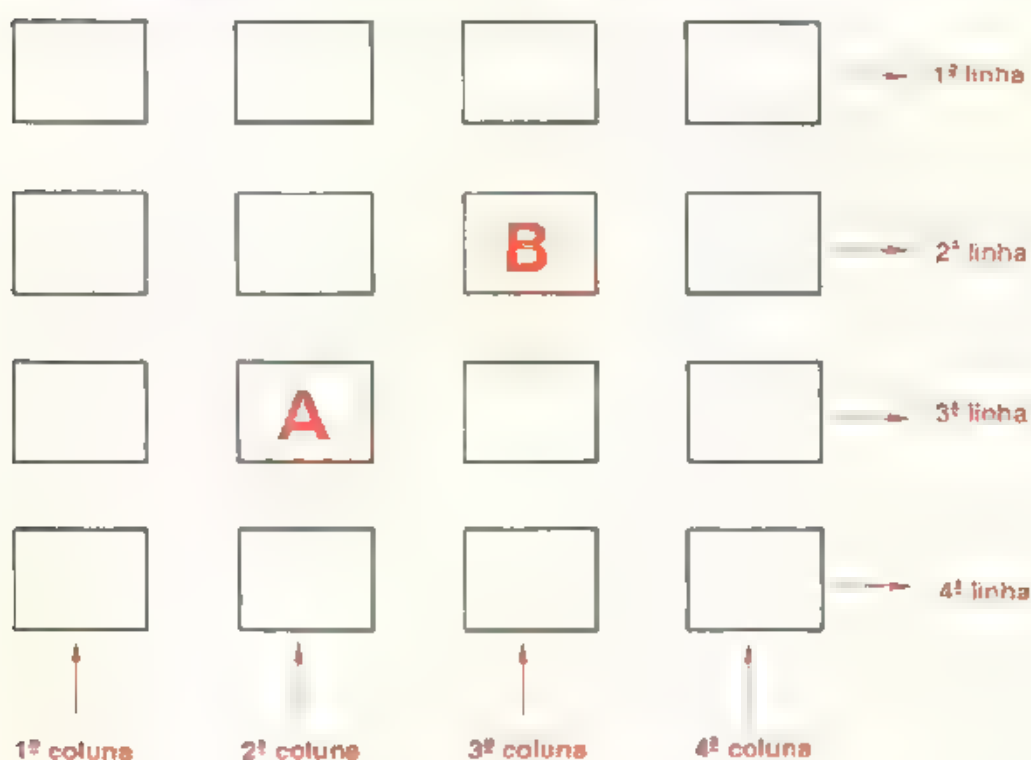
c) formado por dois elementos.

d) formado por três elementos.

12

PRODUTO CARTESIANO

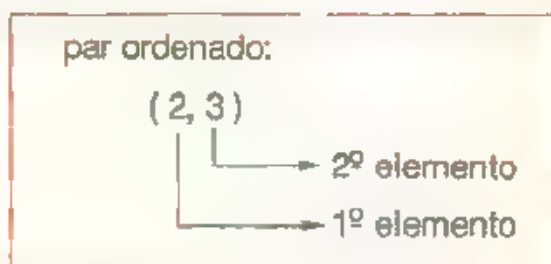
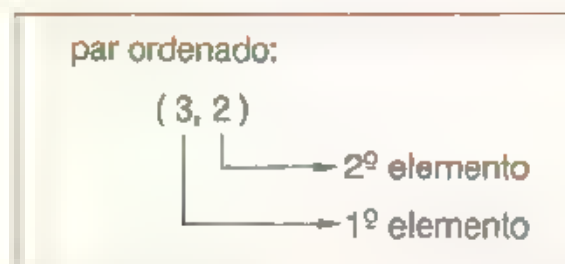
PAR ORDENADO

Observe a disposição dos cartões na figura abaixo:

- *O cartão A está situado na terceira linha e segunda coluna. Vamos indicar esse fato por: (3, 2).*
- *O cartão B está situado na segunda linha e terceira coluna. Vamos indicar esse fato por: (2, 3).*

Como os cartões ocupam lugares diferentes, é fácil perceber que:

$$(3, 2) \neq (2, 3)$$

Pelo fato de a **ordem** dos elementos ser de muita importância, surge o conceito de **par ordenado.**

Então:

EXERCÍCIOS

1) Escreva os pares ordenados, segundo a indicação:

a) o primeiro elemento é 4 e o segundo elemento é 9. (4, 9)

b) o primeiro elemento é – 3 e o segundo elemento é 0. (– 3, 0)

c) o primeiro elemento é – 1 e o segundo elemento é – 7. (– 1, – 7)

d) o primeiro elemento é x e o segundo elemento é y. (x, y)

e) os dois elementos do par são iguais a – 8. (– 8, – 8)

2) Copie e complete com os símbolos = ou ≠:

a) $(2, 7) = (2, 7)$

b) $(2, 7) \neq (7, 2)$

c) $(2, 8) \neq (1, 8)$

d) $(4, 1) \neq (1, 4)$

e) $(6, 0) \neq (0, 6)$

f) $(0, 6) = (0, 6)$

g) $(5, -1) = (5, -1)$

h) $(-3, 5) \neq (5, -3)$

3) Determine x e y para que cada uma das igualdades seja verdadeira:

a) $(x, y) = (8, -5)$ $x = 8$ e $y = -5$

b) $(5, -1) = (x, -1)$ $x = 5$

c) $(x, -4) = (-3, y)$ $x = -3$ e $y = -4$

d) $(2x, -5) = (8, y)$ $x = 4$ e $y = -5$

e) $(x, y + 2) = (5, 9)$ $x = 5$ e $y = 7$

f) $(x + 3, 8) = (4, y)$ $x = 1$ e $y = 8$

g) $(x + 1, y - 1) = (3, 7)$ $x = 2$ e $y = 8$

PRODUTO CARTESIANO

Sejam os conjuntos: $A = \{1, 2, 3\}$

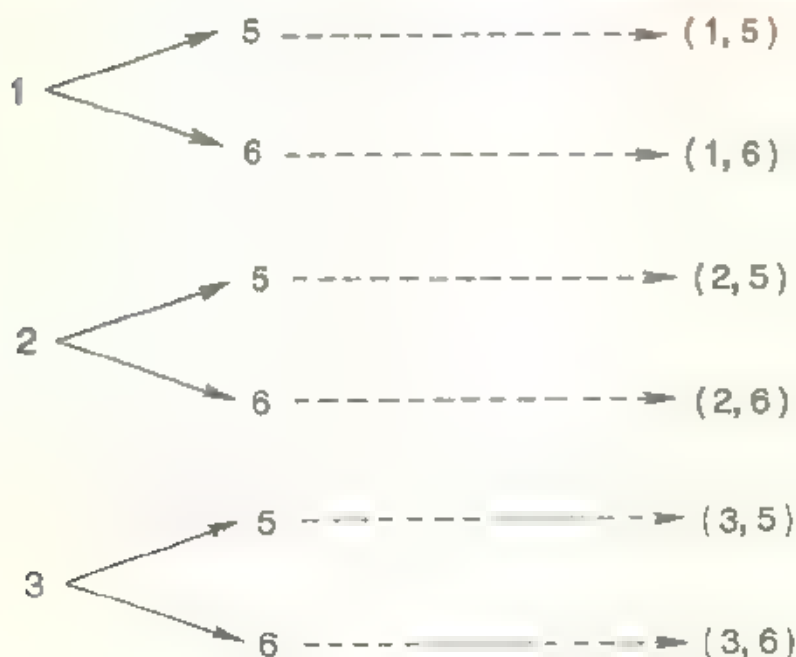
$B = \{5, 6\}$

Vamos formar o conjunto de todos os pares ordenados cujo primeiro elemento pertence a A e o segundo elemento pertence a B.

PARES ORDENADOS

1 → 5 - - - → (1, 5)
1 → 6 - - - → (1, 6)

2 → 5 - - - → (2, 5)
2 → 6 - - - → (2, 6)

3 → 5 - - - → (3, 5)
3 → 6 - - - → (3, 6)

O conjunto de todos os pares ordenados obtidos acima chama-se **produto cartesiano de A por B** e será indicado por A X B (significa A **cartesiano** B).

Então:

$$A \times B = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6)\}$$

Exemplos:

Sejam $A = \{5, 8\}$ e $B = \{0, 1\}$; então:

- $A \times B = \{(5, 0), (5, 1), (8, 0), (8, 1)\}$
- $B \times A = \{(0, 5), (0, 8), (1, 5), (1, 8)\}$

Observe que, em geral, $A \times B \neq B \times A$

EXERCÍCIOS

1) Dados $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{-4, 6\}$ e $C = \{8\}$, determine:

a) $A \times B$ $\{(3, -4), (3, 6), (5, -4), (5, 6), (7, -4), (7, 6)\}$

b) $B \times A$ $\{(-4, 3), (-4, 5), (-4, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7)\}$

c) $A \times C$ $\{(3, 8), (5, 8), (7, 8)\}$

d) $C \times A$ $\{(8, 3), (8, 5)\ (8, 7)\}$

e) $B \times C$ $\{(-4, 8), (6, 8)\}$

f) $C \times B$ $\{(8, -4), (8, 6)\}$

2) Dados $E = \{2, -4\}$ e $F = \{9\}$, determine:

a) $E \times E$ $\{(2, 2), (2, -4), (-4, 2), (-4, -4)\}$

b) $F \times F$ $\{(9, 9)\}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Qual afirmação é verdadeira?

a) $\{2, 7\} = \{7, 2\}$ (V)

b) $(2, 7) = (7, 2)$ (F)

2) Determine x e y para que cada uma das igualdades seja verdadeira:

a) $(x, y) = (7, -4)$ $x = 7$ e $y = -4$

b) $(x, -2) = (8, y)$ $x = 8$ e $y = -2$

c) $(7, y) = (x, 0)$ $x = 7$ e $y = 0$

d) $(x, -6) = (6, y)$ $x = 6$ e $y = -6$

e) $(0, y) = (x, 0)$ $x = 0$ e $y = 0$

3) Determine x e y para que cada uma das igualdades seja verdadeira:

a) $(2x, -4) = (6, y)$ $x = 3$ e $y = -4$

b) $(x, 3y) = (3, 12)$ $x = 3$ e $y = 4$

c) $(8, y + 5) = (x, 9)$ $x = 8$ e $y = 4$

d) $(x + 3, 6) = (4, y)$ $x = 1$ e $y = 6$

e) $(x + 1, y - 1) = (-3, -8)$ $x = -4$ e $y = -7$

4) Sendo $A = \{-5, -7\}$ e $B = \{-1, 2, -3\}$, determine A x B.

$\{(-5, -1), (-5, 2), (-5, -3), (-7, -1), (-7, 2), (-7, -3)\}$

5) Sendo $A = \{-2, 3\}$ e $B = \{-5\}$, determine B x A.

$\{(-5, -2), (-5, 3)\}$

6) Sendo $E = \{-7\}$, determine E x E.

$\{(-7, -7)\}$

7) Sendo $A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4)\}$, determine:

a) o conjunto A $\{1, 3\}$

b) o conjunto B. $\{2, 4\}$

8) Se um conjunto E tem 4 elementos e um conjunto F tem 5 elementos, responda:

a) Quantos elementos tem E x F? 20

b) Quantos elementos tem F x E? 20

c) Quantos elementos tem E x E? 16

d) Quantos elementos tem F x F? 25

TESTES

1) Assinale a **falsa:**

a) $\{5, 8\} = \{8, 5\}$
b) $(5, 8) \neq (8, 5)$
c) $\{6, 3\} = \{3, 6\}$
■ d) $(6, 3) = (3, 6)$

2) Se $(x, 2) = (5, y)$, então o valor de $x + y$ é:

a) 3
b) 4
■ c) 7
d) 10

3) Se $(-2, y + 1) = (x - 3, 7)$, então:

■ a) $x = 1$ e $y = 6$
b) $x = 1$ e $y = 8$
c) $x = -5$ e $y = 6$
d) $x = 1$ e $y = -6$

4) Sabendo que $A = \{-1\}$ e $B = \{0, 2\}$, então:

a) $A \times B = \{(0, -1), (2, -1)\}$
■ b) $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 2)\}$
c) $B \times A = \{(-1, 0), (-1, 2)\}$
d) $B \times A = \{(0, -1), (-1, 2)\}$

5) Se $A = \{0, -8\}$ e $B = \{2, 5\}$, então $A \times B$ é igual a:

a) $\{(0, 2), (0, 5), (-8, 2), (5, -8)\}$
■ b) $\{(-8, 2), (-8, 5), (0, 2), (0, 5)\}$
c) $\{(2, 0), (5, 0), (-8, 2), (-8, 5)\}$
d) $\{(0, 2), (0, 5), (2, -8), (-8, 5)\}$

6) Se $A \times B = \{(3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6)\}$, então:

a) $A = \{3, 6\}$
■ b) $A = \{3, 4\}$
c) $A = \{5, 6\}$
d) $A = \{3, 5\}$

7) Se $E = \{1\}$ e $F = \{0, 2, 4\}$, então o par ordenado que **não pertence** ao produto $E \times F$ é:

■ a) $(0, 1)$
b) $(1, 0)$
c) $(1, 2)$
d) $(1, 4)$

8) Se $A = \{a, b, c\}$ e $A \times B$ é formado por 18 pares, então o conjunto B tem:

a) 4 elementos.
■ b) 6 elementos.
c) 9 elementos.
d) 15 elementos.

13 SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Vejamos alguns exemplos de equações do 1º grau com duas variáveis:

a) $x + y = 6$

b) $3x - 2y = -7$

c) $\frac{x}{4} - y = 9$

As soluções da equação são os pares ordenados que tornam a igualdade verdadeira.

SOLUÇÕES DE UMA EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Consideremos a equação:

$$x + y = 5 \qquad U = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

Vamos obter todos os pares ordenados (x, y) que tornam essa sentença verdadeira.

Observe:

$x + y = 5$	*Escrevemos:*
para $x = 0 \Rightarrow y = 5$	$(0, 5)$
para $x = 1 \Rightarrow y = 4$	$(1, 4)$
para $x = 2 \Rightarrow y = 3$	$(2, 3)$
para $x = 3 \Rightarrow y = 2$	$(3, 2)$
para $x = 4 \Rightarrow y = 1$	$(4, 1)$
para $x = 5 \Rightarrow y = 0$	$(5, 0)$

Logo: $V = \{(0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)\}$

SISTEMA DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

Consideremos, por exemplo, duas equações do primeiro grau com duas variáveis:

$$x + y = 5 \qquad e \qquad x - y = 1$$

Esse par de equações com duas variáveis chama-se **sistema:**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resolver esse sistema é determinar o conjunto de pares ordenados que satisfaça as duas equações ao mesmo tempo.

Veja:

1) $x + y = 5$

$V_1 = \{(0, 5), (1, 4), (2, 3), \boxed{(3, 2)}, (4, 1), (5, 0)\}$

2) $x - y = 1$

$V_2 = \{(1, 0), (2, 1), \boxed{(3, 2)}, (4, 3), (5, 4), ...\}$

Logo: $V_1 \cap V_2 = \{(3, 2)\}$

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS DO 1º GRAU A DUAS VARIÁVEIS

Existem vários métodos de resolução, entre os quais:

1) MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Este método consiste em achar o valor de uma das incógnitas em uma das equações e substituí-lo na outra.

Exemplo 1

Seja o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Da primeira equação podemos tirar que:

$$x + y = 5 \Rightarrow \boxed{x = 5 - y}$$

Substituindo-se o valor de x na segunda equação:

$$x - y = 1$$
$$5 - y - y = 1$$
$$-y - y = 1 - 5$$
$$-2y = \quad 4$$
$$\boxed{y = 2}$$

Substituindo-se y por 2 em $\boxed{x = 5 - y}$, vem:

$$x = 5 - 2$$
$$\boxed{x = 3}$$

Logo: $V = \{(3, 2)\}$

Exemplo 2

Seja o sistema: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

Da primeira equação podemos tirar que:

$$x - 2y = 3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 3 + 2y}$$

Substituindo-se o valor de x na segunda equação:

$$2x - 3y = 5$$
$$2(3 + 2y) - 3y = 5$$
$$6 + 4y - 3y = 5$$
$$4y - 3y = 5 - 6$$
$$\boxed{y = -1}$$

Substituindo-se y por − 1 em $\boxed{x = 3 + 2y}$, vem:

$$x = 3 + 2 . (-1)$$
$$x = 3 - 2$$
$$\boxed{x = 1}$$

Logo: $V = \{(1, -1)\}$

EXERCÍCIOS

Resolva os sistemas pelo método da substituição, sendo U = Q x Q:

a) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 7 \end{cases}$ $V = \{(6, 1)\}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ $V = \{(4, 3)\}$

c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ $V = \{(2, 0)\}$

d) $\begin{cases} x = y \\ x + 2y = 20 \end{cases}$ $V = \left\{\left(\frac{20}{3}, \frac{20}{3}\right)\right\}$

e) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$ $V = \{(1, 2)\}$

f) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ $V = \{(-2, 8)\}$

g) $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ $V = \{(3, 5)\}$

h) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ $V = \{(2, 1)\}$

i) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ $V = \{(1, 2)\}$

j) $\begin{cases} y = 4 - 2x \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$ $V = \{(1, 2)\}$

l) $\begin{cases} x = y - 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ $V = \{(-1, 1)\}$

m) $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 4y = 8 \end{cases}$ $V = \left\{\left(\frac{10}{3}, 2\right)\right\}$

n) $\begin{cases} 4x = 2y \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ $V = \left\{\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)\right\}$

o) $\begin{cases} 7x - 3y = 6 \\ 2x = y + 3 \end{cases}$ $V = \{(-3, -9)\}$

p) $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$ $V = \{(3, 1)\}$

q) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + \frac{y}{5} = 2 \end{cases}$ $V = \{(1, 5)\}$

2) MÉTODO DE ADIÇÃO

Este método consiste na eliminação de uma das incógnitas, adicionando-se membro a membro as duas equações. É necessário que os coeficientes da incógnita que se deseja eliminar sejam simétricos.

Exemplo 1

Seja o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Somando-se membro a membro as duas equações:

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ \underline{x - y = 1} \\ 2x \quad = 6 \end{array}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{x = 3}$$

Substituindo-se esse valor de x em uma das equações dadas (por exemplo, na primeira):

$$x + y = 5$$

$$3 + y = 5$$

$$y = 5 - 3$$

$$\boxed{y = 2}$$

Logo: $V = \{(3, 2)\}$

Exemplo 2

Seja o sistema:

$$\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

Nesse caso, não temos coeficientes simétricos. Vamos, então, multiplicar todos os termos da primeira equação por 2:

$$\begin{array}{r} 8x - 2y = 4 \\ 3x + 2y = 7 \\ \hline 11x \qquad = 11 \end{array}$$

$$x = \frac{11}{11}$$

$$\boxed{x = 1}$$

Vamos substituir este valor de x em uma das equações dadas (por exemplo, na segunda):

$$3x + 2y = 7$$

$$3 . 1 + 2y = 7$$

$$3 + 2y = 7$$

$$2y = 7 - 3$$

$$2y = 4$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{y = 2}$$

Logo: $V = \{(1, 2)\}$

Exemplo 3

Seja o sistema:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 16 \\ 5x - 3y = 9 \end{cases}$$

$4x + 2y = 16$ [Vamos multiplicar essa equação por 3.]

$5x - 3y = 9$ [Vamos multiplicar essa equação por 2.]

Observe:

Somando membro a membro as equações:

$$\begin{array}{l} 12x + 6y = 48 \\ 10x - 6y = 18 \\ \hline 22x \qquad = 66 \end{array}$$

$$x = \frac{66}{22}$$

$$\boxed{x = 3}$$

Substituindo-se esse valor de x em uma das equações dadas (por exemplo, na primeira):

$$4x + 2y = 16$$

$$4 . 3 + 2y = 16$$

$$12 + 2y = 16$$

$$2y = 16 - 12$$

$$2y = 4$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$\boxed{y = 2}$$

Logo: V = { (3, 2) }

EXERCÍCIOS

Resolva os sistemas pelo método da adição, sendo U = Q x Q:

a) $\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{cases}$ {(7, 4)}

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9 \end{cases}$ {(5, 4)}

c) $\begin{cases} x - y = 16 \\ x + y = 74 \end{cases}$ {(45, 29)}

d) $\begin{cases} 2x - y = 20 \\ 2x + y = 48 \end{cases}$ {(17, 14)}

e) $\begin{cases} 2x - 3y = -16 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$ {(−2, 4)}

f) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 11x - y = 42 \end{cases}$ {(3, [illegible] 9)}

g) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$ {(−1, 2)}

h) $\begin{cases} 3x + 3y = 21 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ {(4, 3)}

i) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$ {(5, 2)}

j) $\begin{cases} 5x + y = 5 \\ 10x - 2y = -2 \end{cases}$ $\left\{\left(\frac{2}{5}, 3\right)\right\}$

l) $\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$ {(3, 11)}

m) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ {(1, 2)}

n) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ {(1, 0)}

o) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ {(1, 2)}

p) $\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$ {(1, 1)}

q) $\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$ {(4, [illegible] 1)}

SISTEMA INDETERMINADO

Vamos observar o que acontece na solução desse sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 6y = 10 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por − 2 e adicionando-as, vamos ter:

$$\begin{array}{r} -4x + 6y = -10 \\ 4x - 6y = 10 \\ \hline 0x \quad = 0 \end{array}$$

Conclusao:

Qualquer número multiplicado por zero dá zero. Então existem infinitos pares ordenados que são soluções do sistema.

SISTEMA IMPOSSÍVEL

Seja o sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por − 1 e adicionando-as, vamos ter:

$$\begin{array}{r} -x + 2y = -7 \\ x - 2y = 9 \\ \hline 0 = 2 \end{array} \quad \text{(FALSO)}$$

Conclusão.

A solução do sistema é impossível.

RESUMO

Um sistema do 1º grau com duas incógnitas pode ser:
- *determinado* → *uma única solução;*
- *indeterminado* → *infinitas soluções;*
- *impossível* → *não tem solução.*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = Q \times Q$:

a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 9 \end{cases}$ $\{(5, 4)\}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$ $\{(5, 3)\}$

c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ $\{(3, 1)\}$

d) $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$ $\{(3, 2)\}$

e) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 5x + 3y = 17 \end{cases}$ $\{(4, -1)\}$

f) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + y = 35 \end{cases}$ $\{(11, 2)\}$

g) $\begin{cases} 7x + y = 42 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$ $\{(5, 7)\}$

h) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$ $\{(1, 4)\}$

i) $\begin{cases} x - 2y = 18 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$ $\{(14, -2)\}$

j) $\begin{cases} x = y + 2 \\ x + y = 8 \end{cases}$ $\{(5, 3)\}$

l) $\begin{cases} 4x = y \\ x + y = 5 \end{cases}$ $\{(1, 4)\}$

m) $\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 2x + 3y = 19 \end{cases}$ $\{(2, 5)\}$

n) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x = y + 3 \end{cases}$ $\{(2, 1)\}$

o) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x = 4 + 2y \end{cases}$ $\{(2, 1)\}$

2) Resolva os seguintes sistemas, sendo $U = Q \times Q$:

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3(y - x) = -9 \end{cases}$ $\{(5, 2)\}$

b) $\begin{cases} 2x + 1 = y + 2 \\ 5x - 8 = y - 1 \end{cases}$ $\{(2, 3)\}$

c) $\begin{cases} x = y - 2 \\ x = \dfrac{y - 1}{2} \end{cases}$ { 1, 3 , }

d) $\begin{cases} 8x + y = 7 \\ 4x + \dfrac{y}{3} = 3 \end{cases}$ $\left\{\left(\dfrac{1}{2}, 3\right)\right\}$

e) $\begin{cases} 5x - y = 0 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{5} = 3 \end{cases}$ $\{(2, 10)\}$

f) $\begin{cases} x + \dfrac{y}{2} = 4 \\ 2x - 3y = -16 \end{cases}$ 1, 6 , }

TESTES

1) Uma das soluções da equação $3x - y = 5$ é o par ordenado:

a) $(1, 2)$
■ b) $(2, 1)$
c) $(3, -4)$
d) $(4, -7)$

2) Na equação $-2x + y = 1$, o valor de y quando $x = 0$ é:

■ a) 1
b) $\frac{1}{2}$
c) 3
d) $-\frac{1}{2}$

3) Na equação $2x - 3y = 4$, o valor de x quando $y = 2$ é:

■ a) 5
b) 0
c) -5
d) -2

4) O par ordenado $(3, -4)$ é uma das soluções da equação:

a) $x - y = 1$
b) $x - y = -1$
■ c) $x - y = 7$
d) $x - y = -7$

5) No sistema: $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 10 \end{cases}$ o valor de x é:

a) igual a zero.
b) igual a um.
c) o dobro de y.
■ d) o triplo de y.

6) A solução do sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$ é o par ordenado:

a) $(3, 4)$
b) $(4, 3)$
■ c) $(-3, 4)$
d) $(3, -4)$

7) Resolvendo o sistema $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ y + 7x = 42 \end{cases}$, encontramos:

■ a) $x = 5$
b) $x = 7$
c) $x = -5$
d) $x = -7$

8) O par (x, y) é solução do sistema: $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$

Então o valor x . y é:

a) 0
b) 3
c) 6
d) 9

9) Se (x, y) é solução de $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x = 5 + 2y \end{cases}$, então o valor de x − y é:

a) 4
b) 2
c) − 2
d) − 4

10) Se (x, y) é solução de $\begin{cases} x + 5y = 11 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$, então o valor de x + y é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

11) A solução do sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$ é:

a) (− 3, 2)
b) (3, − 2)
c) (3, 2)
d) (− 3, − 2)

12) A solução do sistema $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ 2(x - 3) = y \end{cases}$ é:

a) (2, − 2)
b) (− 2, 2)
c) (2, 2)
d) (− 2, − 2)

13) A solução do sistema $\begin{cases} x - (y + 3) = 0 \\ 2y - (x - 1) = 3 \end{cases}$ é:

a) (− 5, 8)
b) (5, − 8)
c) (8, 5)
d) (5, 8)

14) (UFV - MG) A solução do sistema $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ é:

a) $x = 1$ e $y = 1$
b) $x = 2$ e $y = 1$
c) $x = 1$ e $y = 2$
d) $x = 1$ e $y = 0$

15) (CESGRANRIO - RJ) Se (x, y) é solução de $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$, então o valor de $x + y$ é:

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1

16) (PUC-SP) A solução do sistema $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$ é :

a) $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$
b) $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$
c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$
d) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

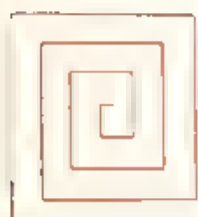
17) (F. OBJETIVO - SP) Se $3a + 8b = 45$ e $5a + 6b = 53$, então o valor de $a - b$ é:

a) 4
b) 10
c) 8
d) -8

18) Resolvendo o sistema $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$ encontramos:

a) $x = 4$
b) $x = 3$
c) $x = -4$
d) $x = -3$

19) Resolvendo o sistema $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = \frac{3}{5} \\ y - x = 4 \end{cases}$ encontramos:

a) $y = -1$
b) $y = -2$
c) $y = 1$
d) $y = 2$

RAZÃO

NOÇÃO DE RAZÃO

Razão de dois números é o quociente do primeiro pelo segundo.

Exemplos:

- *A razão de 5 para 10 é* $\frac{5}{10}$ *, que é igual a* $\frac{1}{2}$.
- *A razão de 10 para 5 é* $\frac{10}{5}$ *, que é igual a 2.*

Os termos de uma razão recebem nomes especiais:

Na razão: $\frac{2}{7}$
- o número 2 é chamado **antecedente**
- o número 7 é chamado **conseqüente**

Lê-se: "2 está para 7"

EXERCÍCIOS

1) Determine a razão do primeiro para o segundo número:

a) 1 e 9 $\frac{1}{9}$ b) 4 e 7 $\frac{4}{7}$ c) 7 e 4 $\frac{7}{4}$ d) 25 e 11 $\frac{25}{11}$

2) Escreva, na forma irredutível, a razão do primeiro para o segundo número:

a) 4 e 16 $\frac{1}{4}$ c) 38 e 19 2 e) 100 e 48 $\frac{25}{12}$

b) 16 e 4 4 d) 19 e 38 $\frac{1}{2}$ f) 100 e 120 $\frac{5}{6}$

3) Determine a razão do primeiro para o segundo número:

a) $\frac{1}{2}$ e 7 $\frac{1}{14}$

c) $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$

b) 5 e $\frac{1}{2}$ 10

d) $\frac{5}{8}$ e $\frac{7}{9}$ $\frac{45}{56}$

f) 0,1 e $\frac{4}{7}$ $\frac{7}{40}$

4) Escreva as seguintes sentenças sob a forma de razão:

a) 2 semanas para 5 dias. $\frac{14}{5}$

c) 1 ano para 3 meses. $\frac{12}{3} = 4$

b) 5 dias para 2 semanas. $\frac{5}{14}$

d) 1 minuto para 24 segundos. $\frac{60}{24} = \frac{5}{2}$

5) Três termômetros marcam, respectivamente, as temperaturas de 20°, 30° e 40° centígrados. Escreva as razões entre o primeiro e segundo, segundo e terceiro e o primeiro e o terceiro. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2}$

6) Carolina tem 7 anos e sua mãe 35 anos. Determine a razão entre as idades de Carolina e de sua mãe. $\frac{7}{35} = \frac{1}{5}$

7) Numa fábrica há 12 moças e 25 rapazes.

a) Qual a razão do número de moças para o número de rapazes? $\frac{12}{25}$

b) Qual a razão do número de rapazes para o número de moças? $\frac{25}{12}$

c) Qual a razão do número de moças para o número de operários? $\frac{12}{37}$

d) Qual a razão do número de rapazes para o número de operários? $\frac{25}{37}$

8) João acertou 5 questões em 10 e Carlos acertou 3 em 7. Quem obteve melhor resultado? *João*

9) Um lote de terreno tem 140 m^2 de área e 40 m^2 de área construída. Qual a razão da medida da área construída para a área livre? $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

10) A razão de certo número para 7 é 3. Qual é o número? $\frac{x}{7} = 3 \Rightarrow x = 21$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Como são chamados os termos de uma razão?
Resp.: Antecedente e conseqüente.

2) Escreva as seguintes sentenças sob a forma de razão:

a) 8 rapazes para 18 moças. $\frac{4}{9}$

b) 3 professores para 95 alunos. $\frac{3}{95}$

c) 54 candidatos para 8 vagas. $\frac{27}{4}$

d) 4 táxis para 72 automóveis. $\frac{1}{18}$

3) Escreva as seguintes sentenças sob a forma de razão:

a) 7 meses para 1 ano. $\frac{7}{12}$

b) 45 minutos para 1 hora. $\frac{3}{4}$

c) 1 dia para 14 horas. $\frac{12}{7}$

d) 150 gramas para 1 kg. $\frac{3}{20}$

4) Escreva a razão do número a para o número b:

a) $a = 5$ e $b = 18$ $\quad \frac{5}{18}$

b) $a = 4$ e $b = \frac{3}{5}$ $\quad \frac{20}{3}$

c) $a = 1$ e $b = \frac{8}{7}$ $\quad \frac{7}{8}$

d) $a = \frac{3}{8}$ e $b = \frac{5}{9}$ $\quad \frac{27}{40}$

e) $a = 0,2$ e $b = \frac{4}{7}$ $\quad \frac{7}{20}$

f) $a = 0,3$ e $b = 1,2$ $\quad \frac{1}{4}$

5) Uma mistura apresenta 2 litros de água e 3 litros de álcool. Determine as razões:

a) de água para álcool. $\frac{2}{3}$

b) de álcool para água. $\frac{3}{2}$

c) de água para a mistura. $\frac{2}{5}$

d) de álcool para a mistura. $\frac{3}{5}$

6) Numa viagem de 150 km, um motorista percorreu 120 km. Qual a razão entre a distância não percorrida e o total do percurso? $\frac{30}{150} = \frac{1}{5}$

7) Carlos acertou 15 exercícios em 30 e Mário acertou 20 em 45 exercícios. Quem apresentou melhor resultado? *Resp. Carlos*

8) Uma equipe de basquete disputou 40 partidas e ganhou 28.

a) Qual a razão do número de partidas ganhas para o número de partidas disputadas? $\frac{\ }{10}$

b) Qual a razão do número de partidas perdidas para o número de partidas disputadas? $\frac{3}{10}$

c) Qual a razão do número de partidas ganhas para o número de partidas perdidas? $\frac{\ }{3}$

d) Qual a razão do número de partidas perdidas para o número de partidas ganhas? $\frac{3}{7}$

TESTES

1) Que razão não é equivalente a $\frac{6}{10}$?

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{18}{30}$

c) $\frac{24}{40}$

■ d) $\frac{48}{60}$

2) A razão equivalente a $\frac{3}{5}$ cujo antecedente é 75 é:

a) $\frac{125}{75}$

■ b) $\frac{75}{125}$

c) $\frac{45}{75}$

d) $\frac{75}{45}$

3) A razão de 20 quilos para 1 tonelada é:

a) 20

b) $\frac{1}{20}$

■ c) $\frac{1}{50}$

d) $\frac{1}{500}$

4) A razão entre dois números é $\frac{7}{6}$. Se o maior deles é 42, então o menor é:

a) 18

b) 24

c) 30

■ d) 36

5) A razão de $\frac{1}{2}$ para $\frac{3}{4}$ é:

■ a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{6}{4}$

6) A razão de $-\frac{2}{7}$ para $-\frac{2}{3}$ é:

a) $\frac{6}{7}$

b) $-\frac{6}{7}$

■ c) $\frac{3}{7}$

d) $-\frac{3}{7}$

7) A razão de $-0,5$ para $-3,5$ é:

a) $\frac{10}{7}$

b) $-\frac{10}{7}$

c) $-\frac{1}{7}$

■ d) $\frac{1}{7}$

8) Se $x = \frac{1}{2}$ e $y = \frac{3}{7}$, então a razão $\frac{y}{x}$ vale:

a) $\frac{7}{6}$

c) $\frac{8}{5}$

■ b) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{5}{8}$

9) O valor da razão de $\left(1 - \frac{1}{3}\right)$ para $\left(2 - \frac{1}{2}\right)$ é

■ a) $\frac{4}{9}$

c) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{4}{15}$

d) 1

10) Escrevendo a razão $\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{5}{3}}{0,5 + 2}$ na forma irredutíve , obtemos:

■ a) $\frac{13}{15}$

c) $\frac{13}{50}$

b) $\frac{15}{13}$

d) $\frac{12}{21}$

11) A razão da metade de um número para o dobro desse mesmo número é:

a) 4

c) 2

b) $\frac{1}{2}$

■ d) $\frac{1}{4}$

12) Um time de voleibol disputou 10 partidas das quais ganhou 7. A razão do número de partidas ganhas para o número de partidas perdidas é:

a) $\frac{3}{7}$

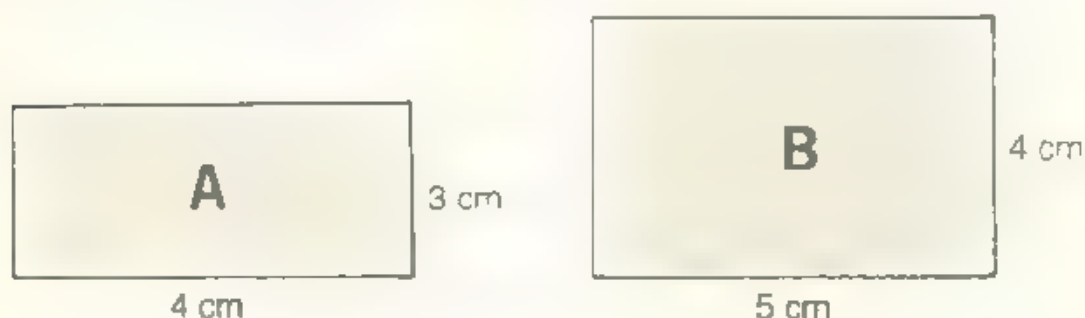
c) $\frac{7}{10}$

■ b) $\frac{7}{3}$

d) $\frac{3}{10}$

13) Numa prova de 100 testes, um garoto acertou 75. A razão do número de erros para o número de acertos é:

■ a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ d) 3

14) A razão da área do retângulo A para o retângulo B é:

a) $\frac{3}{4}$ ■ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{5}{3}$

15) Ari resolve 17 testes e acerta 8. Jair resolve 21 testes e acerta 11. Rui resolve 14 testes e acerta 7. Podemos afirmar que:

a) Ari obteve melhor resultado.
■ b) Jair obteve melhor resultado.
c) Rui obteve melhor resultado.
d) Rui obteve pior resultado.

16) (JF-ES) A escala da planta de um terreno, na qual o comprimento de 100 m foi representado por um segmento de 5 cm, é:

a) $\frac{1}{200}$
b) $\frac{1}{1000}$
■ c) $\frac{1}{2000}$
d) $\frac{1}{10000}$

15

PROPORÇÃO

PROPORÇÃO

Chama-se **proporção** a igualdade entre duas razões.

Então: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ é uma proporção.

Lê-se: "3 está para 4, assim como 6 está para 8".

Essa proporção é indicada também por 3 : 4 = 6 : 8.

Os termos de uma proporção recebem nomes especiais:

Na proporção: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

- os **extremos** são 3 e 8.
- os **meios** são 4 e 6.

O primeiro e o quarto termos chamam-se **extremos**, o segundo e o terceiro chamam-se **meios**.

ILUSTRANDO:

3 : 4 = 6 : 8

meios (4 e 6) — extremos (3 e 8)

EXERCÍCIOS

1) Escreva por extenso como se lê a proporção:

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ *"2 está para 5 assim como 4 está para 10"*

2) Indique os meios e os extremos de cada proporção:

a) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$
meios: 3 e 6
extremos: 2 e 9

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$
meios: 5 e 6
extremos: 2 e 15

c) 7 : 2 = 21 : 6
meios: 2 e 21
extremos: 7 e 6

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Sejam as proporções:

a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

- produto dos extremos: $2 \cdot 10 = 20$
- produto dos meios: $5 \cdot 4 = 20$

b) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

- produto dos extremos: $2 \cdot 6 = 12$
- produto dos meios: $4 \cdot 3 = 12$

Conclusão:

> Em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

EXERCÍCIOS

1) Em uma proporção, o produto dos meios é 54. Qual é o produto dos extremos? *Resp.: 54*

2) Verifique se os pares de razões formam ou não uma proporção:

> **Resolvido.** $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$ sim, porque $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$

a) $\frac{5}{2}$ e $\frac{10}{4}$ *sim*

c) $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$ *sim*

e) $\frac{7}{3}$ e $\frac{35}{15}$ *sim*

b) $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{3}$ *não*

d) $\frac{6}{9}$ e $\frac{3}{4}$ *não*

f) $\frac{4}{5}$ e $\frac{12}{15}$ *sim*

3) Quais sentenças são verdadeiras?

- a) $\frac{2,4}{8} = \frac{1,2}{4}$
- b) $\frac{1}{\frac{4}{7}} = \frac{7}{4}$
- c) $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$

CALCULO DO TERMO DESCONHECIDO NUMA PROPORÇÃO

Podemos descobrir o valor de um termo desconhecido numa proporção, aplicando a propriedade fundamental.

Exemplo 1

Calcular o valor de x na proporção $\frac{x}{8} = \frac{15}{24}$

Solução:

$$\frac{x}{8} = \frac{15}{24}$$

$$24 . x = 8 . 15$$

$$24x = 120$$

$$x = \frac{120}{24}$$

$$x = 5$$

Exemplo 2

Calcular o valor de x na proporção $\frac{x-3}{4} = \frac{x}{5}$

Solução:

$$\frac{x-3}{4} = \frac{x}{5}$$

$$5(x-3) = 4x$$

$$5x - 15 = 4x$$

$$5x - 4x = 15$$

$$x = 15$$

EXERCÍCIOS

1) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\frac{x}{5} = \frac{6}{10}$ *x = 3*

b) $\frac{3}{7} = \frac{60}{x}$ *x = 140*

c) $\frac{6}{x} = \frac{14}{35}$ *x = 15*

d) $\frac{7}{6} = \frac{42}{x}$ *x = 36*

2) Calcule o valor de x nas pròporções:

a) $\dfrac{35}{25} = \dfrac{30}{x}$ $\quad x = \dfrac{150}{7}$

c) $\dfrac{2x}{3} = \dfrac{8}{6}$ $\quad x = 2$

b) $\dfrac{2x}{15} = \dfrac{6}{9}$ $\quad x = 5$

d) $\dfrac{6}{7} = \dfrac{3x}{28}$ $\quad x = 8$

3) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\dfrac{x-2}{12} = \dfrac{x}{20}$ $\quad x = 5$

e) $\dfrac{x+3}{x-2} = \dfrac{3}{2}$ $\quad x = 12$

b) $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{x}{3}$ $\quad x = \dfrac{3}{2}$

f) $\dfrac{2}{1} = \dfrac{15-x}{x}$ $\quad x = 5$

c) $\dfrac{x}{6} = \dfrac{x+2}{10}$ $\quad x = 3$

g) $\dfrac{20}{x+1} = \dfrac{16}{x}$ $\quad x = 4$

d) $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{16}{28}$ $\quad x = 5$

h) $\dfrac{3}{2} = \dfrac{x+3}{x-1}$ $\quad x = 9$

4) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\dfrac{x}{\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{12}$ $\quad x = \dfrac{1}{18}$

d) $\dfrac{\frac{1}{2}}{x} = \dfrac{9}{4}$ $\quad x = \dfrac{2}{9}$

b) $\dfrac{\frac{2}{3}}{x} = \dfrac{7}{5}$ $\quad x = \dfrac{10}{21}$

e) $\dfrac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \dfrac{2}{x}$ $\quad x = \dfrac{5}{3}$

c) $\dfrac{12}{\frac{3}{4}} = \dfrac{x}{\frac{1}{2}}$ $\quad x = 8$

f) $\dfrac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}{x} = \dfrac{\frac{3}{4}}{6}$ $\quad x = 4$

PROPRIEDADE DA SOMA

Numa proporção, a soma dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou segundo), assim como a soma dos dois últimos está para o terceiro (ou quarto).

$$\boxed{\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}}$$

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então ou

$$\boxed{\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}}$$

Exemplo:

Na proporção: $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

$\boxed{\frac{5+2}{5} = \frac{10+4}{10}}$ ou $\frac{7}{5} = \frac{14}{10}$

$\boxed{\frac{5+2}{2} = \frac{10+4}{4}}$ ou $\frac{7}{2} = \frac{14}{4}$

PROPRIEDADE DA DIFERENÇA

Numa proporção, a diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou segundo), assim como a diferença dos dois últimos está para o terceiro (ou quarto).

$$\boxed{\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}}$$

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então ou

$$\boxed{\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}}$$

Exemplo:

Na proporção: $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

$$\boxed{\frac{5-2}{5} = \frac{10-4}{10}} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$\boxed{\frac{5-2}{2} = \frac{10-4}{4}} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

APLICAÇÃO DAS PROPRIEDADES

Vamos aplicar as propriedades em problemas.

Exemplo 1

Calcular x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, sabendo-se que $x + y = 10$.

Solução:

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x+y}{x} = \frac{2+3}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{x+y}{y} = \frac{2+3}{3}$$

$$\frac{10}{x} = \frac{5}{2} \qquad\qquad \frac{10}{y} = \frac{5}{3}$$

$$5x = 20 \qquad\qquad 5y = 30$$

$$x = \frac{20}{5} \qquad\qquad y = \frac{30}{5}$$

$$x = 4 \qquad\qquad y = 6$$

Exemplo 2

Calcular x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{9}{4}$, sabendo-se que $x - y = 15$.

Solução:

$$\frac{x}{y} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{x-y}{x} = \frac{9-4}{9} \quad \text{ou} \quad \frac{x-y}{y} = \frac{9-4}{4}$$

$$\frac{15}{x} = \frac{5}{9} \qquad\qquad \frac{15}{y} = \frac{5}{4}$$

$$5x = 135 \qquad\qquad 5y = 60$$

$$x = \frac{135}{5} \qquad\qquad y = \frac{60}{5}$$

$$x = 27 \qquad\qquad y = 12$$

EXERCÍCIOS

1) Calcule x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$, sabendo que $x + y = 35$.

$$\frac{x+y}{x} = \frac{3+4}{3} \Rightarrow \frac{35}{x} = \frac{7}{3} \Rightarrow x = 15$$

$$\frac{x+y}{y} = \frac{3+4}{4} \Rightarrow \frac{35}{y} = \frac{7}{4} \Rightarrow y = 20$$

2) Calcule x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, sabendo que $x + y = 49$.

$$\frac{x+y}{x} = \frac{2+5}{2} \Rightarrow \frac{49}{x} = \frac{7}{2} \Rightarrow x = 14$$

$$\frac{x+y}{y} = \frac{2+5}{5} \Rightarrow \frac{49}{y} = \frac{7}{5} \Rightarrow y = 35$$

3) Calcule x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{7}{2}$, sabendo que $x - y = 25$.

$$\frac{x-y}{x} = \frac{7-2}{7} \Rightarrow \frac{25}{x} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = 35$$

$$\frac{x-y}{y} = \frac{7-2}{2} \Rightarrow \frac{25}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = 10$$

4) Calcule x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$, sabendo que $x - y = 30$.

$$\frac{x-y}{x} = \frac{4-3}{4} \Rightarrow \frac{30}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 120$$

$$\frac{x-y}{y} = \frac{4-3}{3} \Rightarrow \frac{30}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 90$$

5) Um pai dividiu R$ 45,00 entre dois filhos na razão de 2 para 3. Quanto recebeu cada filho?

$$\frac{x+y}{x} = \frac{2+3}{2} \Rightarrow \frac{45}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 18$$

$$\frac{x+y}{y} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow \frac{45}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow y = 27$$

Resp. R$ 18,00 e R$ 27,00

6) A diferença de dois números é 15 e a razão entre eles é $\frac{7}{2}$. Calcule esses números.

$$\frac{x-y}{x} = \frac{7-2}{7} \Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = 21$$

$$\frac{x-y}{y} = \frac{7-2}{2} \Rightarrow \frac{15}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = 6$$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\frac{8}{12} = \frac{x}{3}$ $x = 2$

b) $\frac{4x}{8} = \frac{3}{5}$ $x = \frac{6}{5}$

c) $\frac{6}{3x} = \frac{24}{36}$ $x = 3$

d) $\frac{8}{4x} = \frac{32}{48}$ $x = 3$

2) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\frac{5+x}{8+x} = \frac{3}{4}$ $x = 4$

b) $\frac{x+2}{3-x} = \frac{4}{1}$ $x = 2$

c) $\frac{2+x}{4} = \frac{x}{3}$ $x = 6$

d) $\frac{x-1}{6} = \frac{9}{12}$ $x = \frac{11}{2}$

e) $\frac{x-1}{4} = \frac{x}{6}$ $x = 3$

f) $\frac{5-x}{x+1} = \frac{6}{2}$ $x = \frac{1}{2}$

3) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\frac{6}{3} = \frac{0,5}{x}$ $\quad x = \frac{1}{4}$

b) $\frac{x}{4} = \frac{5}{\frac{1}{6}}$ $\quad x = 30$

c) $\frac{x}{\frac{6}{5}} = \frac{1}{12}$ $\quad x = \frac{1}{10}$

d) $\frac{6x}{5} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}}$ $\quad x = 1$

e) $\frac{1,5}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{4}$ $\quad x = 12$

f) $\frac{2x}{0,6} = \frac{6}{0,9}$ $\quad x = 2$

g) $\frac{x-1}{5} = \frac{x-5}{3}$ $\quad x = 1$

h) $\frac{x+3}{6} = \frac{5x}{4}$ $\quad x = \frac{6}{13}$

i) $\frac{5}{\frac{1}{6}} = \frac{x}{\frac{1}{4}}$ $\quad x = \frac{15}{2}$

j) $\frac{x}{\frac{6}{5}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ $\quad x = \frac{4}{5}$

4) Calcule o valor de x nas proporções:

a) $\frac{x}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3}}$ $\quad \frac{1}{2}$

b) $\frac{x}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \frac{2 : \frac{1}{2}}{2}$ $\quad x = \frac{5}{3}$

c) $\frac{x}{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}} = \frac{\frac{9}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$ $\quad x = \frac{21}{2}$

d) $\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{1\frac{2}{3}}{2\frac{1}{2}}$ $\quad x = \frac{1}{3}$

e) $\frac{2x+1}{2} = \frac{3x}{\frac{2}{3}}$ $\quad x = \frac{1}{7}$

f) $\frac{1 - \frac{x}{2}}{\frac{1}{2} - x} = \frac{2}{3}$ $\quad x = -4$

5) Calcule o valor de x e y, sabendo que:

a) $\begin{cases} x + y = 18 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{4}{5} \end{cases}$ $x = 8$ $y = 10$

d) $\begin{cases} x - y = 6 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{3} \end{cases}$ $x = 15$ $y = 9$

b) $\begin{cases} x + y = 84 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ $x = 60$ $y = 24$

e) $\begin{cases} x - y = 20 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{9}{3} \end{cases}$ $x = 30$ $y = 10$

c) $\begin{cases} x + y = 45 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$ $x = 18$ $y = 27$

f) $\begin{cases} x - y = 15 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ $x = 25$ $y = 10$

6) A soma de dois números é 21 e a razão entre eles é $\dfrac{5}{2}$. Calcule esses números.

$x + y = 21$ $\dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{2}$ Resp.: 15 e 6

7) Dois irmãos têm juntos 80 anos. Se a razão entre essas idades é $\dfrac{3}{2}$, calcule a idade do irmão mais velho.

$x + y = 80$ $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{2}$ Resp.: 48 anos

8) Um arame de 30 cm é dividido em duas partes. Se a razão entre essas partes é $\dfrac{2}{3}$, calcule o comprimento da parte maior.

$x + y = 30$ $\dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3}$ Resp.: 18 cm

9) A diferença entre as idades de dois irmãos é 5 anos e a razão dessas idades é $\dfrac{4}{3}$. Calcule a idade de cada um.

$x - y = 5$ $\dfrac{x}{y} = \dfrac{4}{3}$ Resp.: 20 e 15 anos

10) A diferença entre os preços de dois objetos é R$ 90,00 e a razão desses preços é $\frac{3}{2}$. Calcule o preço de cada um.

$x - y = 90$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ $\quad$ Resp.: R$ 270,00 e R$ 180,00

11) Decomponha 420 em duas parcelas tais que a razão entre elas seja 0,75.

$x + y = 420$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ $\quad$ Resp.: 180 e 240

TESTES

1) Se a . b = c . d, podemos escrever:

a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

b) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

c) $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

■ d) $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$

2) Se x = 25, então é verdade que:

a) $\frac{5}{8} = \frac{40}{x}$

b) $\frac{8}{5} = \frac{x}{40}$

■ c) $\frac{5}{8} = \frac{x}{40}$

d) $\frac{x}{8} = \frac{40}{5}$

3) Se $\frac{0,75}{x} = \frac{1,5}{6}$, então o valor de x é:

a) 0,3

b) 0,03

■ c) 3

d) 30

4) Se $\frac{15}{2x} = 75$, então o valor de x é:

a) 5

b) $\frac{1}{5}$

c) 10

■ d) $\frac{1}{10}$

5) Na proporção $\frac{x-2}{18} = \frac{m}{3}$, se $m = 1$, o valor de x é:

■ a) 8 b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $\frac{20}{7}$

6) Se $\frac{x}{3} = \frac{4,5}{2 + \frac{1}{4}}$, então o valor de x é:

a) 2 ■ b) 6 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{6}$

7) Se a razão $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{5+x}{x+8}$, então x é igual a:

a) 2 ■ c) 4

b) 3 d) 5

8) O valor de x na proporção $\frac{3-x}{1+x} = \frac{4}{2}$ é:

a) 3 c) 2

■ b) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{5}{3}$

9) O valor de x na proporção $\frac{x+1}{20} = \frac{x}{16}$ é:

■ a) 4 c) 7

b) 6 d) 8

10) Se $\frac{0,5 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{7}{4}}{x}$, então o valor de x é:

a) 0,35 c) 35

■ b) 3,5 d) 350

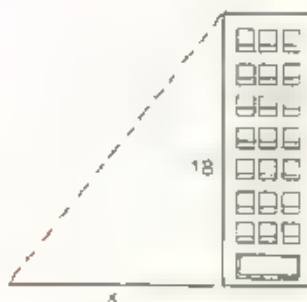
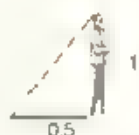
11) Se $\dfrac{2 + \dfrac{5}{2}}{3 - \dfrac{3}{4}} = \dfrac{x}{\dfrac{1}{2} + 2\dfrac{1}{2}}$, então o valor de x é:

a) 3 ■ b) 6 c) $\dfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{1}{6}$

12) Um garoto de 1 m de altura projeta uma sombra de 0,5 m. No mesmo instante, um edifício de 18 m irá projetar uma sombra de:

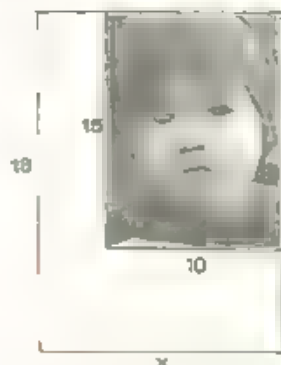
a) 6 m
b) 8 m
■ c) 9 m
d) 12 m

$\dfrac{1}{0,5} = \dfrac{18}{x}$

$x = 9$

13) Uma fotografia tem 10 cm de largura e 15 cm de comprimento. Queremos ampliá-la de modo que seu comprimento tenha 18 cm. Então, na foto maior, a largura medirá:

■ a) 12 cm
b) 13 cm
c) 14 cm
d) 16 cm

$\dfrac{15}{10} = \dfrac{18}{x}$

$x = 12$

14) Em uma caixa, a razão entre o número de maçãs e o número de laranjas é 3 : 2. Se o número de maçãs é 36, então o número de laranjas é:

a) 12 ■ c) 24
b) 18 d) 30

$\dfrac{3}{2} = \dfrac{36}{x}$ ∴ $x = 24$

15) Resolvendo $\begin{cases} x = y + 5 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$, encontramos:

a) $y = 2$

■ b) $y = 10$

c) $y = 15$

d) $y = 20$

16) Sabendo-se que $\dfrac{x}{y} = \dfrac{9}{4}$ e $x - y = 15$, o valor de $x + y$ é:

a) 37

b) 40

■ c) 39

d) 41

17) A razão entre a minha idade e a idade do meu tio é $\dfrac{2}{5}$ e juntos temos 42 anos. Então, tenho:

a) 10 anos

■ b) 12 anos

c) 14 anos

d) 16 anos

18) Cortaram 20 kg de carne em dois pedaços, cuja razão é $\dfrac{2}{3}$. O pedaço maior pesa:

$\begin{cases} x + y = 20 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

a) 11 kg

■ b) 12 kg

c) 14 kg

d) 15 kg

$$\frac{x+y}{y} = \frac{2+3}{3} \Rightarrow \frac{20}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow y = 12$$

19) Um pai dividiu R$ 5.000,00 entre dois filhos na razão $\dfrac{2}{3}$. Quanto recebeu cada filho?

■ a) R$ 2.000,00 e R$ 3.000,00

b) R$ 1.000,00 e R$ 4.000,00

c) R$ 1.500,00 e R$ 3.500,00

d) R$ 2.500,00 e R$ 3.500,00

$$\frac{x+y}{x} = \frac{2+3}{2} \qquad \frac{5000}{x} = \frac{5}{2} \qquad x = 2000$$

$$\frac{x+y}{y} = \frac{2+3}{3} \qquad \frac{5000}{y} = \frac{5}{3} \qquad y = 3000$$

20) (PUC - SP) Para que se verifique a igualdade $\frac{9}{y} = \frac{x}{8} = \frac{5}{20}$,

os valores de x e y devem ser, respectivamente:

a) 2 e 5

b) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$

c) 5 e 35

■ d) 2 e 36

21) (UF - SE) Se $\frac{x}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{2}{1 : \frac{1}{3}}$, então x satisfaz à condição:

a) $x = 1$

b) $0 < x < \frac{1}{2}$

c) $x < 0$

■ d) $\frac{1}{3} < x < 1$

22) (UF - RN) Uma gravura de forma retangular, medindo 20 cm de largura por 35 cm de comprimento, deve ser ampliada para 1,2 m de largura. O comprimento correspondente será:

a) 0,685 m

b) 6,85 m

■ c) 2,1 m

d) 1,35 m

$\frac{x}{0,35} = \frac{1,2}{0,2} \Rightarrow x = 2,1$

23) (FMJ - SP) A razão entre dois números é $\frac{3}{8}$. Se a soma do maior com o dobro do menor é 42, o maior deles é:

a) 9

b) 15

■ c) 24

d) 30

$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{8} \\ y + 2x = 42 \end{cases}$

24) (PUC - SP) Dois amigos jogaram na loteria esportiva, sendo que o primeiro entrou com R$ 140,00 e o segundo com R$ 220,00. Ganharam um prêmio de R$ 162.000,00. Como deve ser rateado o prêmio?

■ a) R$ 63.000,00 e R$ 99.000,00

b) R$ 70.000,00 e R$ 92.000,00

c) R$ 50.000,00 e R$ 112.000,00

d) R$ 54.000,00 e R$ 108.000,00

$\frac{\overset{162.000}{\overline{x + y}}}{x} = \frac{140 + 220}{140} \Rightarrow x = 63.000$

$\frac{\overset{162.000}{\overline{x + y}}}{y} = \frac{140 + 220}{220} \Rightarrow y = 99.000$

16

REGRA DE TRÊS

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Um automóvel em:

- 1 hora percorre 80 km,
- 2 horas percorre 160 km,
- 3 horas percorre 240 km.

Observe a tabela:

Tempo	1	2	3
Distância	80	160	240

As razões entre os elementos correspondentes são iguais:

$$\frac{1}{80} = \frac{2}{160} = \frac{3}{240}$$

As grandezas "tempo" e "distância" são **diretamente proporcionais.**

Assim:

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, aumentando uma delas, a outra **aumenta** na mesma razão da primeira.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Um automóvel faz um percurso em:

- *1 hora com a velocidade de 120 km/h,*
- *2 horas com a velocidade de 60 km/h,*
- *3 horas com a velocidade de 40 km/h.*

Observe a tabela:

Tempo	1	2	3
Velocidade	120	60	40

Os produtos entre os elementos correspondentes são iguais.

$$1 \times 120 = 2 \times 60 = 3 \times 40$$

As grandezas "tempo" e "velocidade" são **inversamente proporcionais.**

Assim:

> Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando, aumentando uma delas, a outra **diminui** na mesma razão da primeira.

REGRA DE TRÊS SIMPLES

A **regra de três simples** é um processo prático para resolver problemas através de proporções, envolvendo duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Roteiro para a resolução de problemas:

1) Colocar as grandezas de mesma espécie numa mesma coluna.
2) - Indicar duas grandezas diretamente proporcionais com flechas de mesmo sentido.
   - Indicar duas grandezas inversamente proporcionais com flechas de sentido contrário.
3) Armar a proporção e resolvê-la.

Exemplo 1

Comprei 5 m de corda por R$ 40,00. Quanto pagarei por 14m?

Solução:

metros	cruzeiros
5	40
↓ 14	↓ x

Grandezas diretamente proporcionais

$$\frac{5}{14} = \frac{40}{x}$$

$$5x = 14 \cdot 40$$

$$5x = 560$$

$$x = \frac{560}{5}$$

$$x = 112$$

Resposta: R$ 112,00.

Exemplo 2

Com 12 operários podemos construir um muro em 4 dias. Quantos dias levarão 8 operários para fazer o mesmo muro?

Solução:

operários	dias
↑ 12	4
8	x ↓

Grandezas inversamente proporcionais. Então devemos **inverter** a grandeza "operários".

$$\frac{8}{12} = \frac{4}{x}$$

$$8x = 12.4$$

$$8x = 48$$

$$x = \frac{48}{8}$$

$$x = 6$$

Resposta: 6 dias.

EXERCÍCIOS

Resolva os problemas de regra de três simples:

1) Uma roda dá 80 voltas em 20 minutos. Quantas voltas dará em 28 minutos?

   Grandezas diretamente proporcionais $\frac{80}{x} = \frac{20}{28} \Rightarrow x = 112$ *Resp. 112 voltas*

2) Com 8 eletricistas podemos fazer a instalação de uma casa em 3 dias. Quantos dias levarão 6 eletricistas para fazer o mesmo trabalho?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{6}{8} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 4$ *Resp. 4 dias*

3) Com 6 pedreiros podemos construir uma parede em 8 dias. Quantos dias gastarão 3 pedreiros para fazer a mesma parede?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{3}{6} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 16$ *Resp. 16 dias.*

4) Uma fábrica engarrafa 3000 refrigerantes em 6 horas. Quantas horas levará para engarrafar 4000 refrigerantes?

   Grandezas diretamente proporcionais $\frac{3000}{4000} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 8$ *Resp. 8 horas*

5) Quatro marceneiros fazem um armário em 18 dias. Em quantos dias 9 marceneiros fariam o mesmo armário?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{9}{4} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 8$ *Resp. 8 dias*

6) Trinta operários constroem uma casa em 120 dias. Em quantos dias 40 operários construiriam essa casa?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{40}{30} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = 90$ *Resp. 90 dias.*

7) Uma torneira despeja em um tanque 50 litros de água em 20 minutos. Quantas horas levará para despejar 600 litros?

   Grandezas diretamente proporcionais $\frac{50}{600} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 240$ *Resp. 4 horas.*

8) Na construção de uma escola foram gastos 15 caminhões de 4 m^3 de areia. Quantos caminhões de 6 m^3 seriam necessários para fazer o mesmo trabalho?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{15}{x} = \frac{6}{4} \Rightarrow x = 10$ *Resp. 10 caminhões*

9) Com 14 litros de tinta podemos pintar uma parede de 35 m^2. Quantos litros são necessários para pintar uma parede de 15 m^2?

   Grandezas diretamente proporcionais $\frac{14}{x} = \frac{35}{15} \Rightarrow x = 6$ *Resp. 6 litros.*

10) Um ônibus, a uma velocidade média de 60 km/h, fez um percurso em 4 horas. Quanto levará, aumentando a velocidade média para 80 km/h?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{80}{60} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 3$ *Resp. 3 horas.*

11) Para se obterem 28 kg de farinha, são necessários 40 kg de trigo. Quantos quilogramas do mesmo trigo são necessários para se obterem 7 kg de farinha?

   Grandezas diretamente proporcionais $\frac{28}{7} = \frac{40}{x} \Rightarrow x = 10$ *Resp. 10 kg.*

12) Cinco pedreiros fazem uma casa em 30 dias. Quantos dias levarão 15 pedreiros para fazer a mesma casa?

   Grandezas inversamente proporcionais $\frac{15}{5} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = 10$ *Resp. 10 dias.*

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

A **regra de três composta** é um processo prático para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas.

IMPORTANTE!

> Para colocar as flechas, comparamos cada grandeza com aquela que contém a incógnita x.

Exemplo:

Uma casa é construída em 6 dias por 20 operários, que trabalham 9 horas por dia. Em quantos dias 12 operários, trabalhando 5 horas por dia, poderiam fazer a mesma casa?

Solução:

dias	operários	horas
↓ 6	20 ↑	9 ↑
x	12	5

Devemos:

a) Inverter os valores correspondentes das duas últimas grandezas.

Assim: $\frac{6}{x} \qquad \frac{12}{20} \qquad \frac{5}{9}$

b) Igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões.

Logo:

$$\frac{6}{x} = \frac{12}{20} \cdot \frac{5}{9}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{12 \cdot 5}{20 \cdot 9}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{60}{180}$$

$$x = \frac{6 \cdot 180}{60}$$

$$x = 18$$

Resposta: 18 dias.

MODO PRÁTICO

Colocam-se os termos como segue, **invertendo-se** os valores da segunda e terceira grandeza.

6	12	5
x	20	9

$$x = \frac{6 \cdot 20 \cdot 9}{12 \cdot 5} = \frac{1080}{60} = 18$$

Foram colocados no:

- **numerador:** o oposto a x (6) e os elementos pertencentes à mesma linha de x (20 e 9).
- **denominador:** valores pertencentes à outra linha (12 e 5).

EXERCÍCIOS

Resolva os problemas de regra de três composta:

1) Uma olaria produz 1470 tijolos em 7 dias, trabalhando 3 horas por dia. Quantos tijolos produzirá em 10 dias, trabalhando 8 horas por dia?

1. 1470 — x; 7 — 10; 3 — 8 $\quad x = \frac{1470 \cdot 10 \cdot 8}{7 \cdot 3} = 5600$ Resp.: 5600 tijolos.

2) Oitenta pedreiros constroem 32 m de muro em 16 dias. Quantos pedreiros serão necessários para construir 16 m de muro em 64 dias?

2) 80 — x; 32 — 16; 16 — 64 $\quad x = \frac{80 \cdot 16 \cdot 16}{32 \cdot 64} = 10$ Resp.: 10 pedreiros.

3) Um ônibus percorre 2232 km em 6 dias, correndo 12 horas por dia. Quantos quilômetros percorrerá em 10 dias, correndo 14 horas por dia?

3) 2232 — x; 6 — 10; 12 — 14 $\quad x = \frac{2232 \cdot 10 \cdot 14}{6 \cdot 12} = 4340$ Resp.: 4340 km

4) Numa fábrica, 12 operários trabalhando 8 horas por dia conseguem fazer 864 caixas de papelão. Quantas caixas serão feitas por 15 operários que trabalhem 10 horas por dia?

4) 12 — 15; 8 — 10; 864 — x $\quad x = \frac{864 \cdot 10 \cdot 15}{12 \cdot 8} = 1350$ Resp.: 1350 caixas.

5) Vinte máquinas, trabalhando 16 horas por dia, levam 6 dias para fazer um trabalho. Quantas máquinas serão necessárias para executar o mesmo serviço, se trabalharem 20 horas por dia, durante 12 dias?

5) ↓ $\frac{20}{x}$ ↑ $\frac{16}{20}$ ↑ $\frac{6}{12}$ $x = \frac{20 \cdot 16 \cdot 6}{20 \cdot 12} = 8$ *Resp.: 8 máquinas.*

6) Numa indústria têxtil, 8 alfaiates fazem 360 camisas em 3 dias. Quantos alfaiates são necessários para que sejam feitas 1080 camisas em 12 dias?

6) ↓ $\frac{8}{x}$ ↓ $\frac{360}{1080}$ ↑ $\frac{3}{12}$ $x = \frac{8 \cdot 1080 \cdot 3}{360 \cdot 12} = 6$ *Resp.: 6 alfaiates.*

7) Um ciclista percorre 150 km em 4 dias, pedalando 3 horas por dia. Em quantos dias faria uma viagem de 400 km, pedalando 4 horas por dia?

7) ↓ $\frac{150}{400}$ ↓ $\frac{4}{x}$ ↑ $\frac{3}{4}$ $x = \frac{4 \cdot 400 \cdot 3}{150 \cdot 4} = 8$ *Resp.: 8 dias.*

8) Uma máquina fabricou 3200 parafusos, trabalhando 12 horas por dia, durante 8 dias. Quantas horas deverá trabalhar por dia para fabricar 5000 parafusos em 15 dias?

8) ↓ $\frac{3200}{5000}$ ↓ $\frac{12}{x}$ ↑ $\frac{8}{15}$ $x = \frac{12 \cdot 5000 \cdot 8}{3200 \cdot 15} = 10$ *Resp.: 10 horas.*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Resolva os seguintes problemas de regra de três:

1) Uma máquina produz 100 peças em 25 minutos. Quantas peças produzirá em 1 hora?

Grandezas diretamente proporcionais *Resp.: 240 peças.*

2) Uma bomba retira de um reservatório 2 m^3 de água em 30 minutos. Quanto tempo levará para retirar 9 m^3 de água?

Grandezas diretamente proporcionais *Resp.: 135 minutos.*

3) Um automóvel faz um percurso de 5 horas à velocidade média de 60 km/h. Se a velocidade fosse de 75 km/h, quantas horas gastaria para fazer o mesmo percurso?

Grandezas inversamente proporcionais *Resp.: 4 horas.*

4) Uma máquina fabrica 5000 alfinetes em 2 horas. Quantos alfinetes ela fabricará em 7 horas?

Grandezas diretamente proporcionais *Resp.: 17500 alfinetes.*

5) Quatro quilogramas de um produto químico custam R$ 24.000,00. Quanto custarão 7,2 kg desse mesmo produto?

Grandezas diretamente proporcionais *Resp.: R$ 43.200,00*

6) Oito operários fazem uma casa em 30 dias. Quantos dias gastarão 12 operários para fazer a mesma casa?

Grandezas inversamente proporcionais *Resp.: 20 dias.*

7) Uma torneira despeja 2700 litros de água em 1 hora e meia. Quantos litros despeja em 14 minutos?

Grandezas diretamente proporcionais *Resp.: 420 litros.*

8) Quinze homens fazem um trabalho em 10 dias. Desejando-se fazer o mesmo trabalho em 6 dias, quantos homens serão necessários?

Grandezas inversamente proporcionais *Resp.: 25 homens.*

9) Um ônibus, à velocidade de 90 km/h, fez um percurso em 4 horas. Quanto tempo levaria se aumentasse a velocidade para 120 km/h?

Grandezas inversamente proporcionais *Resp.: 3 horas.*

10) Num livro de 270 páginas, há 40 linhas em cada página. Se houvesse 30 linhas, qual seria o número de páginas desse livro?

Grandezas inversamente proporcionais *Resp.: 360 páginas.*

11) Na preparação de um bolo para 5 pessoas temos a seguinte receita

- 1 ovo.
- 2 xícaras de leite.
- 4 gramas de sal.
- 250 gramas de farinha.
- 300 gramas de açúcar.

a) Qual será a quantidade de cada ingrediente para preparar um bolo para 30 pessoas?

[illegible] de açúcar.

b) Qual será a quantidade de cada ingrediente para preparar um bolo para 210 pessoas?

[illegible] de açúcar.

12) Para pintar 20 m de muro de 80 cm de altura foram gastas 5 latas de tinta. Quantas latas serão gastas para pintar 16 m de muro de 60 cm de altura?

muro (m)	altura (cm)	latas
20	80	5
16	60	x

$$x = \frac{5 \cdot 60 \cdot 16}{20 \cdot 80} = 3$$

Resp.: 3 latas.

13) Três máquinas imprimem 9000 cartazes em 12 dias. Em quantos dias 8 máquinas imprimem 12000 cartazes, trabalhando o mesmo número de horas por dia?

máquinas	cartazes	dias
3	[illegible]	12
8	12000	x

$$x = \frac{12 \cdot 12000 \cdot 3}{[illegible]} = [illegible]$$

Resp.: [illegible]

14) Na fabricação de 20 camisas, 8 máquinas gastam 4 horas. Para produzir 15 camisas, 4 máquinas quantas horas gastam?

camisas	máquinas	horas
20	8	4
15	4	x

$$x = \frac{[illegible]}{20 \cdot 4} = [illegible]$$

Resp.: [illegible] horas.

15) Nove operários produzem 5 peças em 8 dias. Quantas peças serão produzidas por 12 operários em 6 dias?

operários	peças	dias
9	5	8
12	x	6

$$x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 5}{9 \cdot 8} = 5$$

Resp.: 5 peças.

16) Em 7 dias, 40 cachorros consomem 100 kg de ração. Em quantos dias 15 cachorros consumirão 75 kg de ração?

dias	cachorros	ração (kg)
[illegible]	[illegible]	100
[illegible]	[illegible]	75

$$x = \frac{7 \cdot 40 \cdot 75}{[illegible]} = 14$$

Resp.: [illegible]

TESTES

1) Um automóvel consome, em média, 8 litros de álcool num trecho de 72 km. O consumo desse automóvel em 126 km será de:

a) 12 ℓ c) 16 ℓ

■ b) 14 ℓ d) 18 ℓ

2) Uma torneira despeja 15 litros de água por minuto. Para encher um tanque de 1800 litros, ela leva:

a) 1 hora c) 90 minutos

■ b) 2 horas d) 150 minutos

3) Um trem percorreu uma distância em 2 horas à velocidade média de 90 km por hora. Se a velocidade média fosse de 45 km por hora, esse trem faria a mesma distância em:

a) 2 horas ■ c) 4 horas

b) 3 horas d) 5 horas

4) Uma torneira enche uma caixa em 12 horas. Três torneiras juntas, para encher a mesma caixa, levarão:

a) 1 hora c) 3 horas

b) 2 horas ■ d) 4 horas

5) Um quilo de algodão custa R$ 50,00. Um pacote de 40 gramas do mesmo algodão custa:

a) R$ 1,80 c) R$ 2,20

■ b) R$ 2,00 d) R$ 2,50

6) Uma roda dá 2000 voltas em 25 minutos. Em 13 minutos dará:

■ a) 1040 voltas c) 1080 voltas

b) 1060 voltas d) 1160 voltas

7) Um livro de 153 páginas tem 40 linhas por página. Se houvesse 45 linhas por página, qual seria o número de páginas desse livro?

a) 128 c) 134

b) 130 ■ d) 136

8) (UMC - SP) Um carro consumiu 50 litros de álcool para percorrer 600 Km. Supondo condições equivalentes, esse mesmo carro, para percorrer 840 km, consumirá:

a) 68 ℓ
■ c) 70 ℓ
b) 75 ℓ
d) 80 ℓ

50 — 600
x — 840

$$x = \frac{50 \cdot 840}{600} = 70$$

9) (UDF) Uma máquina varredeira limpa uma área de 5100 m^2 em 3 horas de trabalho. Nas mesmas condições, em quanto tempo limpará uma área de 11900 m^2 ?

■ a) 7 horas
c) 5 horas
b) 9 horas
d) 4 horas

5100 — 3
11900 — x

$$x = \frac{11900 \cdot 3}{5100} = 7$$

10) (USP) Uma família de 6 pessoas consome em 2 dias 3 kg de pão. Quantos quilos serão necessários para alimentá-la durante 5 dias estando ausentes 2 pessoas ?

a) 3
c) 4
■ b) 5
d) 6

4 — 5 — x

$$x = \frac{3 \cdot 5 \cdot 4}{[illegible]} = 5$$

11) (SANTA CASA - SP) Sabe-se que 4 máquinas, operando 4 horas por dia, durante 4 dias, produzem 4 toneladas de certo produto. Quantas toneladas do mesmo produto seriam produzidas por 6 máquinas daquele tipo, operando 6 horas por dia, durante 6 dias ?

a) 8
c) 10,5
b) 15
■ d) 13,5

4 — 4 — 4 — 4
6 — 6 — 6 — x

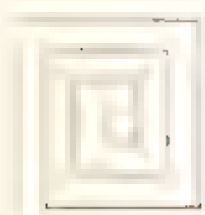
$$x = \frac{[illegible]}{4 \cdot 4 \cdot 4} = 13,5$$

12) (FEP - PA) Para asfaltar 1 km de estrada, 30 homens gastaram 12 dias trabalhando 8 horas por dia. Vinte homens, para asfaltar 2 km da mesma estrada, trabalhando 12 horas por dia gastarão:

a) 6 dias
■ c) 24 dias
b) 12 dias
d) 28 dias

1 — 30 — 12 — 8
2 — 20 — x — 12

$$x = \frac{2 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 8}{1 \cdot 20 \cdot 12} = 24$$

17

PORCENTAGEM

INTRODUÇÃO

Freqüentemente, ouvimos frases como estas:

- "Sete por cento de desconto."
- "Cinco por cento de comissão."
- "Prejuízo de quinze por cento."

Vamos, agora, estudar esses conceitos.

RAZÃO CENTESIMAL

As razões cujos conseqüentes são iguais a 100 são chamadas **razões centesimais.**

Exemplos:

a) $\frac{7}{100}$ b) $\frac{5}{100}$ c) $\frac{15}{100}$

PORCENTAGEM

Porcentagem é uma razão centesimal representada pelo símbolo % (por cento).

Exemplos:

a) $\frac{7}{100} = 7\%$ (que se lê: "7 por cento")

b) $\frac{5}{100} = 5\%$ (que se lê: "5 por cento")

c) $\frac{15}{100} = 15\%$ (que se lê: "15 por cento")

Essa forma de representação (7%, 5%, 15%, etc.) chama-se **taxa porcentual.**

EXERCÍCIOS

1) Escreva as razões na forma de taxa porcentual:

a) $\frac{1}{100}$ *1%*

b) $\frac{9}{100}$ *9%*

c) $\frac{35}{100}$ *35%*

d) $\frac{100}{100}$ *100%*

e) $\frac{143}{100}$ *143%*

f) $\frac{387}{100}$

2) Represente na forma de razões centesimais:

a) 3% $\frac{3}{100}$

b) 8% $\frac{8}{100}$

c) 34% $\frac{34}{100}$

d) 52% $\frac{52}{100}$

e) 89% $\frac{89}{100}$

f) 130% $\frac{130}{100}$

3) Escreva as razões na forma de taxa porcentual:

Resolvido	$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$

a) $\frac{1}{4}$ *25%*

b) $\frac{3}{5}$ *60%*

c) $\frac{7}{10}$ *70%*

d) $\frac{1}{50}$ *2%*

e) $\frac{9}{25}$ *36%*

f) $\frac{17}{10}$ *170%*

g) $\frac{7}{2}$

h) $\frac{5}{4}$

i) $\frac{3}{8}$

4) Observe a figura e responda:

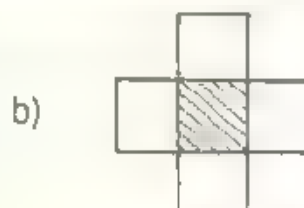
a) Qual o número total de quadradinhos? *10*

b) Qual o número de quadradinhos riscados?

c) Qual a taxa porcentual de quadradinhos riscados? $\frac{3}{10}$ $\frac{30}{100}$

5) Expresse na forma de taxa porcentual a parte riscada de cada figura:

a)

b)

6) Numa caixa há 50 cartões:

- 9 brancos
- 18 amarelos
- 23 vermelhos

a) Qual é a taxa porcentual dos cartões brancos? $\frac{9}{[illegible]} = \frac{18}{[illegible]} = $ [illegible]

Qual é a taxa porcentual dos cartões amarelos? $\frac{18}{[illegible]} = \frac{36}{[illegible]} = $ [illegible]

Qual é a taxa porcentual dos cartões vermelhos? $\frac{23}{[illegible]} = \frac{46}{[illegible]} = $ [illegible]

PROBLEMAS DE PORCENTAGEM

São resolvidos através de regra de três simples.

Exemplo 1

Calcular 20% de R$ 700,00.

Solução:

100	20
700	x

$$\frac{100}{700} = \frac{20}{x}$$

$$100 \cdot x = 20 \cdot 700$$

$$100x = 14000$$

$$x = \frac{14000}{100}$$

$$x = 140$$

Resposta: R$ 140,00.

Método prático

Neste caso, podemos resolver mais rapidamente, lembrando o conceito de fração.

Calcular 20% de R$ 700,00.

Solução: $\frac{20}{100} \cdot 700 = \frac{20 \cdot 700}{100} = \frac{14000}{100} = 140$

Resposta: R$ 140,00.

EXERCÍCIOS

1) Calcule as porcentagens:

a) 8% de R$ 700,00 *R$ 56,00*

b) 5% de R$ 4.000,00 *R$ 200,00*

c) 12% de R$ 5.000,00 *R$ 600,00*

d) 15% de R$ 2.600,00 *R$ 390.00*

e) 100% de R$ 4.520,00 *R$ 4.520.00*

f) 125% de R$ 8.000,00 *R$ 10.000 00*

g) 0,4% de R$ 50.000,00 *R$ 200,00*

h) 1,2% de R$ 40.000,00 *R$ 480,00*

2) Calcule as porcentagens:

a) 3% de 400 *12*

b) 18% de 8600 *1548*

c) 35% de 42000 *14700*

d) 0,5% de 150000 $\frac{0,5}{100} \cdot 150000 = \frac{5}{\ }$

e) 1% de 3000 *30*

f) 120% de 6200 *7440*

g) 3,2% de 6000 *192*

h) 12,5% de 18000 $\frac{125}{\ } \cdot 18000$

3) Numa escola de 900 alunos, 42% sao rapazes. Calcule o número de rapazes.

42% [illegible] $900 = \frac{42}{100} \cdot 900 = 378$ Resp.: [illegible] rapazes

4) Sobre um ordenado de R$ 380,00 sao descontados 8% para o INSS. De quanto é o total de desconto?

$\frac{8}{100} \cdot 380 = 30{,}40$ Resp.: R$ 30,40

5) Compre uma bicicleta por R$ 500,00. Revendi com um lucro de 15%. Quanto ganhei?

$\frac{15}{100} \cdot 500 = 75$ Resp.: R$ 75,00

6) Uma caneta que custava R$ 60,00 sofreu um desconto de 5%. Quanto você pagará por essa caneta?

a) 5% de $60 = \frac{5}{100} \cdot 60 = 3$ b) $60 - 3 = 57$ Resp.: R$ 57,00

7) Por quanto deverei vender um objeto que me custou R$ 720,00 para lucrar 30%?

[illegible] $720 = \frac{30}{100}$ [illegible] $= 936$ Resp.: [illegible]

8) Seu pai comprou um rádio por R$ 85,00 e obteve um desconto de 12%. Quanto pagou pelo rádio?

a) 12% de $85 = \frac{12}{100} \cdot 85 = 10{,}20$ b) $85 - 10{,}20 = 74{,}80$

Resp.: R$ 74,80

9) Um comerciante comprou uma mercadoria por R$ 9.500,00. Querendo obter um lucro de 12%, por que preço deverá vender a mesma?

[illegible] $\frac{12}{100}$ [illegible] Resp.: [illegible]

10) Ao ser paga com atraso, uma prestação de R$ 1.300,00 sofreu um acréscimo de 4%. Qual o novo valor dessa prestação?

[illegible] $1300 + 52$ [illegible] Resp.: R$ 1.35[illegible]

Exemplo 2

Numa classe de 40 alunos, 36 foram aprovados. Qual foi a taxa de porcentagem dos aprovados?

Solução:

40	36	(Em cada 40 alunos, temos 36 aprovados.)
100	x	(Em cada 100 alunos, teremos x aprovados.)

Proporção: $\frac{40}{100} = \frac{36}{x}$

$40x = 3600$

$x = \frac{3600}{40}$

$x = 90$

Resposta: A aprovação foi de 90%.

Exemplo 3

Comprei uma camisa e obtive um desconto de R$ 12,00, que corresponde à taxa de 5%. Qual era o preço da camisa?

Solução:

100	5
x	12

Proporção: $\frac{100}{x} = \frac{5}{12}$

$5x = 1200$

$x = \frac{1200}{5}$

$x = 240$

Resposta: A camisa custava R$ 240,00.

EXERCÍCIOS

Resolva os problemas:

1) Numa classe de 40 alunos, 6 foram reprovados. Qual a taxa de porcentagem dos alunos reprovados?

$\begin{matrix} 40 & 6 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{40}{100} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 15$ *Resp.: 15%*

2) Um feirante observou que, em cada 75 laranjas, 6 estavam estragadas. Qual a taxa de porcentagem das frutas estragadas?

$\begin{matrix} 75 & 6 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{75}{100} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 8$ *Resp.: 8%*

3) Comprei um objeto por R$ 23.000,00 e revendi com um lucro de R$ 1.610,00. Qual foi a taxa de lucro?

$\begin{matrix} 23000 & 1610 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{23000}{100} = \frac{1610}{x} \Rightarrow x = 7$ *Resp.: 7%*

4) Um comerciante recebeu um desconto de R$ 1.312,00 numa compra cujo valor era de R$ 82.000,00. Calcule a taxa de desconto.

$\begin{matrix} 82000 & 1312 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{82000}{100} = \frac{1312}{x} \Rightarrow x = 1,6$ *Resp.: 1,6%*

5) Um produto custa R$ 400,00 e é vendido por R$ 520,00. Qual é a taxa de lucro? *a) Lucro: 520 – 400 = 120*

$\begin{matrix} 400 & 120 \\ \text{[illegible]} & \text{[illegible]} \end{matrix}$ $\quad \frac{400}{\text{[illegible]}} = \frac{120}{\text{[illegible]}}$ [illegible]

6) Numa turma de 30 operários faltaram 12. Qual a taxa de operários presentes? *a) Presentes: 30 – 12 = 18*

b) $\begin{matrix} 30 & 18 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{30}{100} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 60$ *Resp.: 60%*

7) As tarifas de ônibus foram majoradas, passando de R$ 1,60 para R$ 2,16. Qual foi a taxa de aumento? *a) Aumento: 2,16 – 1,60 = 0,56*

b) $\begin{matrix} 1,60 & 0,56 \\ 100 & x \end{matrix}$ $\quad \frac{1,60}{100} = \frac{0,56}{x} \Rightarrow x = 35$ *Resp.: 35%*

8) Oito por cento dos vencimentos de um operário equivalem a R$ 33,60. Calcule o total de seus vencimentos.

$\begin{matrix} 100 & 8 \\ x & 33,60 \end{matrix}$ $\quad \frac{100}{x} = \frac{8}{33,60} \Rightarrow x = 420$ *Resp.: R$ 420,00*

9) Numa classe foram reprovados 15% dos alunos, isto é, 9 alunos. Quantos alunos havia na classe?

$\begin{matrix} 100 & 15 \\ \text{[illegible]} & \text{[illegible]} \end{matrix}$ $\quad \frac{100}{\text{[illegible]}} = \frac{15}{\text{[illegible]}} \Rightarrow x = 60$ *Resp.: [illegible]*

10) Um corretor de móveis recebeu R$ 17.000,00 correspondentes a 5% de sua comissão. Qual o valor da venda?

$\begin{matrix} 100 & 5 \\ x & 17000 \end{matrix}$ $\quad \frac{100}{x} = \frac{5}{17000} \Rightarrow x = 340000$ *Resp.: R$ 340.000,00*

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule as porcentagens:

a) 6% de 300 *(18)*

b) 14% de 2100

c) 45% de 8200

d) 2% de R$ 150,00 *(R$ 3,00)*

e) 18% de R$ 6.000,00

f) 3,5% de R$ 20.000,00

2) Represente as taxas de porcentagens dos ingredientes do desinfetante PINHO CHEIRO:

Desinfetante	PINHO CHEIRO
Água:	47 g
Álcool:	12 g
Sabão	7 g
Óleo de pinho:	34 g
	100 g

3 Numa pesquisa sobre a preferência de cores, foram entrevistadas 50 pessoas e o resultado obtido foi o seguinte:

Preferência por	Nº de pessoas
azul	11
branco	9
preto	1
verde	10
amarelo	14
vermelho	5

Qual é a taxa porcentual de cada cor pesquisada?

4 Um objeto custou R$ 25.000,00. Foi revendido com um prejuízo de 18%. Qual foi o preço de venda desse objeto?

R$ 20.500,00

5 Um brinquedo que custava R$ 75,00 sofreu um desconto de 8%. Quanto você pagará por esse brinquedo?

R$ 69,00

6) Meu irmão ganhava R$ 320,00. Seu patrão lhe deu um aumento de 42%. Quanto ganha atualmente?

R$ 454,40

7) Num exame supletivo compareceram 12600 candidatos e apenas 5% foram aprovados. Quantos candidatos foram aprovados?

630 aprovados

8) Um vendedor ganha 3,5% sobre os negócios que realiza. Quanto recebeu, sabendo-se que o total das vendas foi de R$ 140.000,00?

R$ 4.900,00

9) Numa indústria, 15% dos operários são solteiros. Se a indústria possui 700 operários, quantos são os casados?

595 casados

10) De 400 operários, 120 faltaram ao serviço. Qual a taxa de porcentagem dos operários ausentes? *30%*

11) Um produto custa R$ 600,00 e é vendido por R$ 750,00. Qual é a taxa de lucro nesse produto? *25%*

12) Uma pessoa entrou numa firma com um capital de R$ 240.000,00 e saiu com R$ 276.000,00. De quanto "por cento" foi o lucro?

13) Um comerciante comprou uma mesa por R$ 900,00 e vendeu por R$ 1.062,00. Qual a taxa de lucro? *18%*

14) Em uma cidade de 18000 habitantes, existem 540 analfabetos. Qual é a taxa de porcentagem dos analfabetos? *3%*

15) Um rádio foi comprado por R$ 175,00 e vendido por R$ 199,50. De quanto "por cento" foi o lucro? *14%*

16) Comprei uma vitrola por R$ 150,00 e vendi por R$ 129,00. De quanto "por cento" foi o prejuízo? *14%*

17) Comprei um fogão com um desconto de R$ 60,00, que corresponde à taxa de 5%. Qual era o preço do fogão?

R$ 1.200,00

18) Na compra de uma moto, obtive desconto de R$ 360,00, o que corresponde a 5% do preço da moto. Qual era o preço da moto?

R$ 7.200,00

19) Fiz uma compra e obtive um desconto de R$ 200,00 equivalente a 8%. Qual era o valor da compra e quanto paguei?

R$ 2.500,00 e R$ 2.300,00

TESTES

1) Calculando 16% de 80, obtemos:

■ a) 12,8 c) 24
b) 16 d) 96

2) Calculando 7,4% de 6000, obtemos:

■ a) 444 c) 4440
b) 454 d) 4540

3) Calculando 160% de 450, obtemos:

a) 72 c) 620
b) 270 ■ d) 720

4) Somando-se 30% de 12 com 0,5% de 60, obtemos:

a) 3,6 c) 6,6
■ b) 3,9 d) 6,9

30% de 12 = 3,6
0,5% de 60 = 0,3
3,6 + 0,3 = 3,9

5) (FUVEST - SP) $(10\%)^2$ é igual a:

■ a) 1% c) 20%
b) 10% d) 100%

$\left(\frac{10}{100}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$

6) (FGV - SP) Trinta por cento da quarta parte de 6400 é igual a:

■ a) 480 c) 240
b) 640 d) 160

30% de 1600 = 480

7) Se 5% de x é igual a 12, então x é igual a:

■ a) 240 c) 200
b) 280 d) 320

$\frac{5}{100} x = 12 \Rightarrow x = 240$

8) O aluguel de um apartamento é de R$ 720,00. Se houver um reajuste de 52% sobre esse valor, ele será de:

a) R$ 1.084,40 c) R$ 1.095,40
■ b) R$ 1.094,40 d) R$ 1.094,50

9) Um salário de R$ 2.450,00 aumentado em 47% passa a ser de:

a) R$ 3.301,50 ■ c) R$ 3.601,50
b) R$ 3.503,50 d) R$ 3.801,50

10) Trinta por cento da área de um painel de 20 m² é ocupada por ilustrações e 50% das ilustrações são em azul. Então, a área ocupada pelas ilustrações em azul é igual a:

■ a) 3 m²
b) 6 m²
c) 9 m²
d) 12 m²

30% de 20 = 6
50% de 6 = 3

11) Uma indústria tem 85% dos seus empregados brasileiros e 60 estrangeiros. Então, o número total de empregados é:

a) 540
b) 280
c) 320
■ d) 400

100 x

$x = \frac{60 \cdot 100}{15} = 400$

12) Um objeto custa R$ 18.500,00 a prazo à vista tem 12% de desconto. O preço desse objeto à vista é:

a) R$ 15.280,00
■ b) R$ 16.280,00
c) R$ 16.020,00
d) R$ 17.020,00

13) O preço de uma televisão de R$ 15.000,00 a ser vendida numa liquidação com 9% de desconto é:

a) R$ 12.650,00
■ b) R$ 13.650,00
c) R$ 13.350,00
d) R$ 16.350,00

14) A caderneta de poupança, no último trimestre, rendeu entre juros e correção monetária 21,5%. A quantia de R$ 15.000,00 rendeu, nesse trimestre, para o seu depositante:

a) R$ 3.235,00
b) R$ 3.522,00
c) R$ 3.150,00
■ d) R$ 3.225,00

15) Um molho de pimenta pesando 850 g contém 6% desse peso em alho. A quantidade de alho que esse molho contém é:

a) 50 g
■ b) 51 g
c) 52 g
d) 53 g

16) Numa prova de 40 questões, quem errou 6 questões acertou:

a) 6%
b) 14%
c) 60%
■ d) 85%

17) Uma duplicata de R$ 14.400,00 foi paga, antes do vencimento, por R$ 13.824,00. A taxa de desconto foi de:

a) 3% | c) 5%
■ b) 4% | d) 6%

18) Um brinquedo custava R$ 700,00 e passou a custar R$ 756,00. O aumento representa:

a) 6% do preço antigo.
■ c) 8% do preço antigo.
b) 7% do preço antigo.
d) 12% do preço antigo.

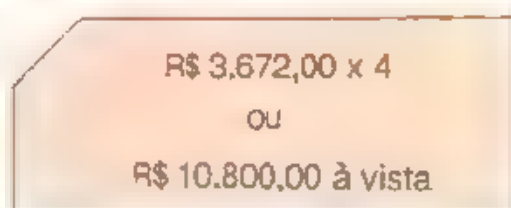
19) Uma verba de R$ 360.000,00 foi assim distribuída: para o setor A 36 mil reais; para o setor B 108 mil reais e para o setor C 216 mil reais. Expressando estas parcelas em percentuais, nesta ordem, temos:

a) 15%, 25% e 60%
■ c) 10%, 30% e 60%
b) 10%, 32% e 58%
d) 10%, 28% e 62%

20) Um trabalhador recebe R$ 2.800,00 de salário bruto do qual é descontado 8% de INSS e 3% de imposto de renda. O desconto total é de:

a) R$ 84,00
c) R$ 298,00
b) R$ 224,00
■ d) R$ 308,00

21) Para a venda de uma geladeira, o cartaz anuncia:

R$ 3.672,00 x 4
ou
R$ 10.800,00 à vista

Quem comprar a prazo, pagará a mais:

a) 25% do preço à vista.
b) 28% do preço à vista.
c) 32% do preço à vista.
■ d) 36% do preço à vista.

10800	3888
100	x

$$\frac{10800}{100} = \frac{3888}{x} \quad x = 36$$

22) (UF - RS) Seja $x = \sqrt{9} - \frac{6}{5} + 5^2 - 4,8$. Então, o valor de 0,3% de x é:

a) 0,66 c) 2,2

■ b) 0,066 d) 6,6

$x = 22$

0,3% de 22 = 0,066

23) (UF - GO) Se o passe de um jogador for vendido por R$ 10.000.000,00 com quanto ficaria o clube, sabendo-se que o jogador deve receber 15% do valor do seu passe?

■ a) R$ 8.500.000,00 c) R$ 850.000,00

b) R$ 1.500.000,00 d) R$ 150.000,00

85% de 10000000 =

= 8500000

24) (CESGRANRIO - RJ) No dia 1º de dezembro um lojista aumenta em 20% o preço de um artigo que custava R$ 3.000,00. Na liquidação após o Natal o mesmo artigo sofre um desconto de 20%. Seu preço na liquidação é:

a) R$ 2.400,00 c) R$ 2.780,00

b) R$ 2.500,00 ■ d) R$ 2.880,00

12[illegible] de 3[illegible] = [illegible]

[illegible] de 3600 = [illegible]

25) (CESGRANRIO - RJ) Numa turma, 80% dos alunos foram aprovados, 15% reprovados e os 6 alunos restantes desistiram do curso. Na turma havia:

a) 65 alunos c) 80 alunos

b) 95 alunos ■ d) 120 alunos

5 ↓ 100 | 6 ↓ x

$$x = \frac{6 \cdot 100}{5} = 120$$

26) (UFSC - SP) Após um aumento de vinte por cento um livro passa a custar R$ 180,00. O preço antes do aumento era:

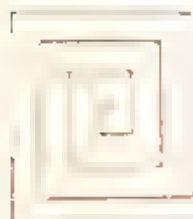
■ a) R$ 150,00 c) R$ 140,00

b) R$ 144,00 d) R$ 160,00

120 —— 180

100 —— x

$$x = \frac{180 \cdot 100}{120} = 150$$

18

JUROS SIMPLES

INTRODUÇÃO

Quando se deposita ou se empresta uma certa quantia, denominada **capital**, por um certo **tempo**, recebe-se como compensação outra quantia, chamada **juros**.

Representação		
	capital ___ c	(quantia empregada)
	taxa ___ i	(porcentagem envolvida)
	tempo ___ t	(período do empréstimo)
	juros ___ j	(a renda obtida)

FÓRMULA PARA O CÁLCULO DE JUROS SIMPLES

Os problemas sobre juros simples podem ser resolvidos por meio de uma regra de três composta. Na prática, são resolvidos através de uma fórmula.

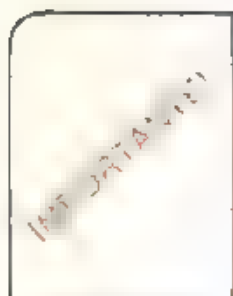
Veja:
- O capital 100 em 1 ano produz i.
- O capital c em t anos produzirá j.

capital	tempo	juros
100	1	i
c	t	j

$$\frac{i}{j} = \frac{100}{c} \cdot \frac{1}{t}$$

$$\frac{i}{j} = \frac{100}{c \cdot t}$$

$$100\,j = c \cdot i \cdot t$$

$$\boxed{j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}}$$

A fórmula somente é válida quando a taxa e o tempo estiverem numa mesma unidade.

taxa anual ______ tempo em anos
taxa mensal ______ tempo em meses
taxa diária ______ tempo em dias

Exemplo 1

Calcular os juros produzidos por um capital de R$ 5.000,00 empregado à taxa de 90% ao ano, durante 2 anos.

Solução:

$j = ?$
$c = 5000$
$i = 90\%$ ao ano
$t = 2$ anos

Temos: $$j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$$

Substituindo, temos:

$$j = \frac{5000 \cdot 90 \cdot 2}{100}$$

$$j = \frac{900000}{100} = 9000$$

Resposta: R$ 9.000,00.

Exemplo 2

Calcular os juros produzidos por um capital de R$ 10.000,00 empregado à taxa de 3% ao mês, durante um ano.

Solução:

$j = ?$
$c = 10000$
$i = 3\%$ ao mês
$t = 12$ meses

Aplicando a fórmula:

$$j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$$

$$j = \frac{10000 \cdot 3 \cdot 12}{100}$$

$$j = \frac{360000}{100} = 3600$$

Resposta: R$ 3.600,00.

Exemplo 3

Qual o capital que, em 4 meses, rendeu R$ 11.520,00 de juros à taxa de 96% ao ano?

[illegible]

$c = ?$
$t = 4$ meses
$j = 11520$
$i = 8\%$ ao mês

Aplicando a fórmula:

$$j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$$

$$11520 = \frac{c \cdot 8 \cdot 4}{100}$$

$$32c = 1152000$$

$$c = \frac{1\,152\,000}{32} = 36000$$

Resposta: R$ 36.000,00.

Exemplo 4

Durante quanto tempo ficou empregado um capital de R$ 45.000,00, que rendeu R$ 8.100,00 de juros, à taxa de 2% ao mês?

Solução:

$t = ?$ (meses)
$c = 45000$
$j = 8100$
$i = 2\%$ ao mês

Aplicando a fórmula:

$$j = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$$

$$8100 = \frac{45000 \cdot 2 \cdot t}{100}$$

$$90000t = 810000$$

$$t = \frac{810000}{90000} = 9$$

Resposta: 9 meses.

EXERCÍCIOS

Resolva os seguintes problemas:

1) Calcule o juro produzido por R$ 50.000,00, durante 2 anos, a uma taxa de 30% ao ano.

$$j = \frac{50000 \cdot 30 \cdot 2}{100} = 30000 \qquad R\$\ 30.000,00$$

2) Calcule o juro produzido por R$ 18.000,00, durante 3 meses, a uma taxa de 7% ao mês.

$$j = \frac{18000 \cdot 7 \cdot 3}{100} = 3780 \qquad R\$\ 3.780,00$$

3) Calcule o juro produzido por R$ 72.000,00, durante 2 meses, a uma taxa de 60% ao ano.

$$100$$

4) Calcule o juro produzido por R$ 12.000,00, durante 5 meses, a uma taxa de 6,5% ao mês.

$$j = \frac{12000 \cdot 6{,}5 \cdot 5}{100} = 3900 \qquad R\$\ 3.900,00$$

5) Por quanto tempo devo aplicar R$ 10.000,00 para que renda R$ 4.000,00 a uma taxa de 5% ao mês?

6) Por quanto tempo devo aplicar R$ 3.000,00 para que renda R$ 1.440,00 a uma taxa de 12% ao mês?

7) A que taxa mensal devo empregar um capital de R$ 10.000,00 para que, no fim de 2 meses, renda R$ 2.000,00 de juros?

$$10000 \cdot i \cdot 2$$

8) A que taxa mensal devo empregar um capital de R$ 20.000,00 para que, no fim de 10 meses, renda R$ 18.000,00 de juros?

9) Qual será o capital que, em 9 meses, a 6% ao mês, renderá R$ 32.400,00 de juros?

10) Qual será o capital que, em 3 meses, a 72% ao ano, renderá R$ 720,00 de juros?

$720 = \frac{c \cdot 6 \cdot 3}{100} \Rightarrow 18c = 72000 \Rightarrow c = 4000$ R$ 4.000,00

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) Calcule os juros produzidos por:

a) R$ 30.000,00, durante 2 anos, a uma taxa de 60% ao ano.

b) R$ 7.000,00, durante 3 anos, a uma taxa de 80% ao ano.

c) R$ 900,00, durante 5 meses, a uma taxa de 9% ao mês.

d) R$ 50.000,00, durante 8 meses, a uma taxa de 72% ao ano.

e) R$ 18.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de 7,5% ao mês.

f) R$ 36.000,00, durante 60 dias, a uma taxa de 8% ao mês.

2) Qual o capital que deve ser aplicado:

a) à taxa de 3% ao mês, para render R$ 6.000,00 em 4 meses?

b) à taxa de 24% ao ano, para render R$ 57.600,00 em 2 anos?

c) à taxa de 7,5% ao mês, para render R$ 3.750,00 em 2 meses?

3) Em quanto tempo:

a) R$ 50.000,00, à taxa de 40% ao ano, produzirá R$ 40.000,00 de juros?
2 anos

b) R$ 15.000,00, à taxa de 8% ao mês, produzirá R$ 3.600,00 de juros?
3 meses

c) R$ 25.000,00, à taxa de 30% ao ano, produzirá R$ 15.000,00 de juros?
anos

4) A que taxa deve ser aplicado o capital de:

a) R$ 5.000,00, para render R$ 800,00 em 2 meses?

b) R$ 80.000,00, para render R$ 28.000,00 em 5 meses?

c) R$ 42.000,00, para render R$ 30.240,00 em 1 ano?

5) Qual o capital que produziu R$ 1.500,00, durante 3 meses, a uma taxa de 4% ao mês? *R$ 12 500,00*

6) Qual o capital que produziu R$ 18.360,00, durante 17 meses, a uma taxa de 24% ao ano? *R$ 54 000,00*

7) Um capitalista emprestou R$ 380.000,00 pelo prazo de 7 meses e recebeu R$ 212.800,00 de juros. Qual foi a taxa mensal desse empréstimo?

8) Durante quanto tempo um capital de R$ 130.000,00, empregado a uma taxa de 9% ao mês, renderá R$ 23.400,00 de juros?

9) Qual a taxa mensal que faria um capital de R$ 50.000,00 render R$ 9.000,00 de juros em 6 meses? *3%*

10) Qual a taxa mensal que faria um capital de R$ 20.000,00 render R$ 2.400,00 de juros em 3 meses? *4%*

TESTES

1) A importância de R$ 48.000,00, emprestada a 60% ao ano, no fim de 7 meses, rende juros de:

■ a) R$ 16.800,00

b) R$ 18.600,00

c) R$ 20.160,00

d) R$ 21.060,00

2) O gerente do Banco Atual me emprestou R$ 72.000,00 por 60 dias à taxa de 8,2% ao mês. Vencido esse prazo, devo pagar ao banco:

a) R$ 88.648,00
b) R$ 86.152,00
■ c) R$ 83.808,00
d) R$ 87.152,00

3) Carolina empregou R$ 35.000,00 a juros de 9,5% ao mês. Depois de 90 dias, terá:

a) R$ 38.325,00
b) R$ 41.650,00
c) R$ 42.650,00
■ d) R$ 44.975,00

4) Apliquei R$ 30.000,00 a uma taxa de 4% ao mês e recebi R$ 9.600,00 de juros. Então, apliquei essa quantia durante:

a) 5 meses
b) 6 meses
■ c) 8 meses
d) 9 meses

5) O capital que rende R$ 19.040,00 em 7 meses à taxa de 8,5% ao mês é:

a) R$ 30.000,00
b) R$ 31.000,00
■ c) R$ 32.000,00
d) R$ 35.000,00

6) Um capital de R$ 13.000,00, em 1 ano e 3 meses, produziu juros de R$ 5.850,00. A taxa cobrada foi de:

■ a) 3% ao mês.
b) 4% ao mês.
c) 3% ao ano.
d) 4% ao ano.

7) Apliquei R$ 12.000,00 por um prazo de 4 meses e devo receber de juros R$ 3.840,00. A taxa anual recebida foi de:

a) 48%
b) 60%
c) 72%
■ d) 96%

8) Obtive um empréstimo de R$ 58.000,00 durante 3 meses a uma taxa de 60% ao ano. Como vou pagar esse empréstimo em 5 prestações mensais e iguais, o valor de cada prestação será de:

a) R$ 11.600,00

b) R$ 13.920,00

■ c) R$ 13.340,00

d) R$ 13.688,00

9) Uma pessoa toma emprestado de um banco R$ 500.000,00 e, após 8 meses, paga o montante (capital + juros) de R$ 980.000,00. A taxa do empréstimo foi de:

a) 8% ao mês.

b) 10% ao mês.

■ c) 12% ao mês.

d) 14% ao mês.

$$480000 = \frac{500000 \cdot i \cdot 8}{100}$$ [illegible]

10) Na compra de um objeto, cujo valor à vista é R$ 120.000,00, foi dada uma entrada de 20% e o restante foi financiado em duas prestações mensais e iguais. Sabendo que a taxa de juros foi de 18% ao mês, o valor de cada prestação será de:

a) R$ 48.000,00

b) R$ 56.640,00

c) R$ 57.600,00

■ d) R$ 65.280,00

Entrada: 24[illegible]

Saldo devedor: 96000

$$j = \frac{96000 \cdot 18 \cdot 2}{100} = 34560$$

Então, 96[illegible] + 34[illegible] [illegible]

11) (PUC - SP) Uma pessoa tomou um empréstimo de R$ 100.000,00 à taxa de juros de 10% ao mês. Após pagar, pontualmente, duas prestações mensais de R$ 20.000,00, quanto estará devendo?

a) R$ 66.900,00

■ b) R$ 79.000,00

c) R$ 68.800,00

d) R$ 80.000,00

[illegible] 100000 + 10% de [illegible] − [illegible]

1ª presta[illegible]

2 mes [illegible] + [illegible] = [illegible] − [illegible]

2ª prestação

MÉDIAS

MÉDIA ARITMETICA (M.A.)

Média aritmética de dois ou mais valores é o quociente da soma desses valores pelo número deles.

Exemplo:

Calcular a média aritmética entre os números 9, 12 e 18.

Solucao:

$$M.A. = \frac{9 + 12 + 18}{3} = \frac{39}{3} = 13$$

Resposta: A média aritmética é 13.

EXERCÍCIOS

1) Calcule a média aritmética dos seguintes números:

a) 7 e 15 *Resp.: 11*
b) 10, 2 e 9 *Resp.: 7*
c) 4, 7, 15, 9 e 10 *Resp.: 9*
d) 42, 18, 56 e 34 *Resp.: 37,5*

2) Calcule a média aritmética dos seguintes números:

a) 0,4 ; 3,2 e 0,6 *Resp.: 1,4*

b) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ *Resp.:* $\frac{3}{8}$

c) $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$ *Resp.:* $\frac{11}{15}$

3) Num campeonato, um time de basquetebol faz a seguinte campanha:

Pa[illegible]	[illegible] de pontos
1ª	74
2ª	101
3ª	68
4ª	97
5ª	86
6ª	120

Qual a média aritmética de pontos por partida? [illegible]

4) As notas de um aluno nas diferentes matérias foram:

[illegible]	5,5	6,0	8,0	6,0	7,8	6,5	4,0	9,2	4,6

Qual é a média aritmética destas notas? *Resp.: 6,4*

5) A média aritmética de dois números é 50. Um dos números é 35. Qual é o outro número? $\frac{35 + x}{2} = 50 \Rightarrow x = 65$ *Resp.: 65*

6) A média aritmética de cinco números é 13. Quatro desses números são 7, 9, 11 e 14. Qual é o quinto número? $\frac{7 + 9 + 11 + 14 + x}{5} = 13 \Rightarrow x = 24$ *Resp.: 24*

7) A média aritmética de quatro números é 5,4. Três dos números são 2, 6 e 3. Qual é o quarto número? $\frac{2 + 6 + 3 + x}{4} = 5{,}4 \Rightarrow x = 10{,}6$ *Resp.: 10,6*

8) (FUVEST - SP) Ache a média aritmética dos números $\frac{3}{5}$, $\frac{13}{4}$ e $\frac{1}{2}$

$$M.A. = \frac{\frac{3}{5} + \frac{13}{4} + \frac{1}{2}}{3} = \frac{\frac{87}{20}}{3} = \frac{87}{60} = \frac{29}{20}$$ *Resp.:* $\frac{29}{20}$

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA (M.P.)

Média aritmética ponderada de dois ou mais números é o quociente da soma dos produtos desses números pela soma dos respectivos pesos.

Exemplo:

Calcular a média aritmética ponderada dos números 5, 7 e 8, com pesos 2, 3 e 5, respectivamente.

Solução:

$$M.P. = \frac{5 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5}{2 + 3 + 5} = \frac{71}{10} = 7,1$$

Resposta: A média aritmética ponderada é 7,1.

EXERCÍCIOS

1) Calcular a média aritmética ponderada dos números 6, 7, 5 e 8 com pesos 2, 2, 3 e 3, respectivamente.

$$M.P. = \frac{6 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 3}{2 + 2 + 3 + 3} = \frac{65}{10} = 6,5 \qquad \text{Resp.: } 6,5$$

2) O quadro mostra a avaliação anual de um aluno em Matemática.

Bimestre	Nota	Peso
1º	8	1
2º	9	2
3º	6	2
4º	8	3

Qual é a média anual que o aluno conseguiu?

$$M.P. = \frac{8 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{1 + 2 + 2 + 3} = \frac{62}{8} = 7,75$$

3) Numa feira, a pêra estava sendo vendida assim:

Quantidade	Preço de cada pêra
4	R$ 3,00
6	R$ 2,50
10	R$ 2,00

Qual é o preço médio de cada pêra?

$$M.P. = \frac{[illegible]}{4 + 6 + 10} = \frac{[illegible]}{20} = 2{,}35 \quad \text{Resp.: R\$ 2,35}$$

4) Um copo de groselha custa R$ 2,50 e um copo de leite custa R$ 1,00. Misturando-se 20 copos de groselha e 30 copos de leite qual o preço do copo dessa mistura?

$$M.P. = \frac{20 \cdot 2{,}50 + 30 \cdot 1}{20 + 30} = \frac{80}{50} = 1{,}60 \quad \text{Resp.: R\$ 1,60}$$

5) Um quilograma de café tipo A custa R$ 12,00, e um quilograma de café tipo B custa R$ 15,00. Misturando 4 kg de café tipo A com 8 kg de café tipo B, obtemos um terceiro tipo de café. Quanto vale o quilograma de café dessa mistura?

$$M.P. = \frac{4 \cdot 12 + 8 \cdot 15}{4 + 8} = \frac{168}{12} = 14 \quad \text{Resp.: R\$ 14,00}$$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) No último trimestre do ano, uma empresa vende o número de tratores indicado no quadro.

[illegible]	[illegible]
Outubro	42
Novembro	31
Dezembro	59

Qual o número médio de tratores vendidos nesse trimestre?

2) Calcule a média aritmética dos números 0,9 e 3,6.

3) A média aritmética de quatro números é 19. Três desses números são 14, 11 e 17. Qual é o quarto número?

4) Numa feira, a cebola estava sendo vendida assim:

6 quilos: R$ 5,00 cada quilograma
10 quilos: R$ 4,00 cada quilograma
24 quilos: R$ 3,00 cada quilograma

Qual o preço médio do quilo de cebola?

5) Um comerciante de arroz misturou arroz A, de R$ 1,50 o kg, com arroz B, de R$ 1,90 o kg. Qual o valor do quilograma da mistura de

a) 15 kg de arroz A com 15 kg de arroz B.
b) 9 kg de arroz A com 3 kg de arroz B.
c) 6 kg de arroz A com 18 kg de arroz B.

TESTES

1) A média aritmética dos números 9, 16, 22, 27 e 30 é:

a) 24
b) 22
c) 20,4
d) 20,8

2) A média aritmética dos números 2,1 ; 3,8 ; 5,2 e 2,3 é:

a) 3,15
b) 3,25
c) 3,35
d) 3,45

3) A média aritmética dos números 4, $\frac{9}{4}$ e 3,5 é:

a) $\frac{13}{4}$
b) $\frac{39}{8}$
c) $\frac{7}{3}$
d) $\frac{39}{4}$

4) A média aritmética dos números $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{5}$ é:

a) $\frac{13}{10}$

■ b) $\frac{13}{20}$

c) $\frac{5}{7}$

d) $\frac{5}{14}$

5) (PUC - SP) A média aritmética de um conjunto de 12 números é 9. Se os números 10, 15 e 20 forem retirados do conjunto, a média aritmética dos restantes é:

■ a) 7

b) 10

c) 12

d) 15

12 × 9 = 108

108 − (10 + 15 + 20) = 63

$M.A. = \frac{63}{9} = 7$

6) (STA. CASA - SP, A média aritmética dos 100 números de um conjunto é 56. Retirando-se os números 48 e 64 daquele conjunto, a média aritmética dos números restantes será.

a) 28

b) 38

■ c) 56

d) 48,5

100 × 56 = 5600

5600 − (48 + 64) = 5488

$M.A. = \frac{5488}{98} = 56$

7) (ESCOLA NAVAL - RJ) A média aritmética de 50 números é 38. Se dois dos números, 45 e 55, são suprimidos a média aritmética passar a ser

a) 35,5

■ b) 37,5

c) 37,2

d) 37,52

50 × 38 = 1900

1900 − (45 + 55) = 1800

$M.A. = \frac{1800}{48} = 37,5$

8) (F. C. CHAGAS - SP) A média aritmética de um conjunto de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será:

a) 42

b) 48

c) 47,5

■ d) 48,7

$$11 \times 45 = 495$$

$$495 - 8 = 487$$

$$M.A. = \frac{487}{10} = 48,7$$

9) (STA. CASA - SP) A média aritmética dos elementos de um conjunto de 28 números é 27. Se retirarmos desse conjunto três números, de valores 25, 28 e 30, a média aritmética dos elementos do novo conjunto é:

a) 26,80

■ b) 26,92

c) 26,62

d) 26,38

$$28 \times 27 = 756$$

$$756 - (25 + 28 + 30) = 673$$

$$M.A. = \frac{673}{25} = 26,92$$

10) Em uma classe com 30 rapazes e 20 moças, foi realizada uma prova. a média dos rapazes foi 7 e a das moças 8. A média da classe foi:

■ a) 7,4

b) 7,5

c) 7,6

d) 7,2

$$M.P. = \frac{30 \,.\, 7 + 20 \,.\, [illegible]}{30 + 20} = \frac{[illegible]}{50} = [illegible]$$

11) (UNIV. UBERABA - MG) Comprei 5 doces a R$ 1,80 cada um, 3 doces a R$ 1,50 cada e 2 doces a R$ 2 50 cada. O preço médio, por doce, foi de:

a) R$ 1,75

■ b) R$ 1,85

c) R$ 1,93

d) R$ 2,00

$$M.P. = \frac{5 \,.\, 1,80 + 3 \,.\, 1,50 + 2 \,.\, 2,50}{5 + 3 + 2} = \frac{18,5}{10} = 1,85$$

6ª série

SUPLEMENTO
PARA O
PROFESSOR

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO DE CURSO

OBJETIVOS GERAIS DO ENSINO DA MATEMÁTICA

O curso de 1º grau deverá proporcionar condições para que o aluno:

- Conheça e utilize corretamente a linguagem matemática.
- Desenvolva a capacidade de: analisar, relacionar, comparar, abstrair, generalizar.
- Desenvolva hábitos de estudo, de rigor e precisão e de concisão.
- Desenvolva habilidades específicas de medir e comparar grandezas, calcular, construir e consultar tabelas e gráficos.
- Adquira conhecimentos básicos, a fim de possibilitar sua integração na sociedade em que vive.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA	AVALIAÇÃO
• Identificar um número inteiro relativo, lendo e escrevendo. • Identificar os subconjuntos de $\mathbb{Z}$. • Representar números inteiros relativos na reta numerada. • Reconhecer números opostos. • Comparar dois números inteiros relativos. • Ordenar números inteiros.	❶ Conjunto dos números inteiros relativos.	• Utilizar a aula expositiva para introduzir o assunto. • Propor a resolução dos exercícios. • Corrigir estes exercícios para eliminar as dúvidas.	• Provas. • Correção dos exercícios complementares.
• Determinar a soma de dois números inteiros. • Representar números inteiros com a notação simplificada. • Determinar a diferença entre dois números inteiros. • Identificar as propriedades da adição em $\mathbb{Z}$. • Resolver expressões numéricas.	❷ Adição e subtração em $\mathbb{Z}$.	• Propor a resolução dos exercícios complementares como trabalho extraclasse.	
• Determinar o produto de dois números inteiros. • Determinar o produto de três ou mais números inteiros. • Identificar as propriedades da multiplicação em $\mathbb{Z}$. • Determinar o quociente de dois números inteiros, quando possível. • Resolver expressões numéricas.	❸ Multiplicação e divisão em $\mathbb{Z}$.	• Propor a resolução dos testes, corrigindo e comentando cada questão.	

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTEUDO	ESTRATÉGIA	AVALIAÇÃO
• Determinar potências de base $\mathbb{Z}$ e de expoente $\mathbb{N}$. • Resolver expressões numéricas. • Reconhecer e aplicar as propriedades das potências. • Reconhecer a existência de raiz quadrada de números inteiros.	❹ Potenciação e raiz quadrada em $\mathbb{Z}$.	• Utilizar a aula expositiva para introduzir o assunto. • Propor a resolução dos exercícios. • Corrigir estes exercícios para eliminar as dúvidas. • Propor a resolução dos exercícios complementares como trabalho extraclasse. • Propor a resolução dos testes, corrigindo e comentando cada questão.	• Provas. • Correção dos exercícios complementares.
• Identificar números racionais relativos. • Identificar subconjuntos de Q. • Comparar números racionais relativos.	❺ Conjunto dos números racionais relativos.		
• Calcular a soma do números racionais relativos. • Calcular a diferença de números racionais relativos. • Resolver expressões numéricas.	❻ Adição e subtração em Q.		
• Calcular o produto de números racionais relativos. • Calcular o quociente de dois números racionais relativos. • Resolver expressões numéricas.	❼ Multiplicação e divisão em Q.		
• Calcular potências de base em Q e de expoente $\mathbb{N}$. • Calcular potências de base em Q e de expoente $\mathbb{Z}$. • Calcular a raiz quadrada de um número racional positivo. • Resolver expressões numéricas.	❽ Potenciação e raiz quadrada em Q.		

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA	AVALIAÇÃO
• Identificar a equação do 1º grau e os seus termos: primeiro e segundo membros. • Verificar se um número dado é ou não raiz de uma equação. • Reconhecer termos semelhantes. • Resolver equações do 1º grau.	9 Equação do 1º grau.	• Utilizar a aula expositiva para introduzir o assunto. • Propor a resolução dos exercícios. • Corrigir estes exercícios para eliminar as dúvidas. • Propor a resolução dos exercícios complementares como trabalho extraclasse. • Propor a resolução dos testes, corrigindo e comentando cada questão.	• Provas. • Correção dos exercícios complementares.
• Representar simbolicamente sentenças matemáticas. • Resolver problemas utilizando equações do 1º grau.	10 Problemas do 1º grau com uma variável.		
• Identificar inequações do 1º grau. • Reconhecer as propriedades das desigualdades. • Resolver inequações do 1º grau.	11 Inequações do 1º grau com uma variável.		
• Identificar pares ordenados. • Identificar quando dois pares ordenados são iguais ou diferentes. • Determinar o produto cartesiano de dois conjuntos.	12 Produto cartesiano		
• Identificar sistemas do 1º grau • Resolver sistemas do 1º grau a duas variáveis pelo método da substituição. • Resolver sistemas do 1º grau a duas variáveis pelo método da adição.	13 Sistema de equações do 1º grau com duas variáveis.		

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA	AVALIAÇÃO
• Ler uma razão, identificando antecedente e conseqüente. • Determinar razão entre grandezas.	(14) Razão	• Utilizar a aula expositiva para introduzir o assunto. • Propor a resolução dos exercícios. • Corrigir estes exercícios para eliminar as dúvidas. • Propor a resolução dos exercícios complementares como trabalho extraclasse. • Propor a resolução dos testes, corrigindo e comentando cada questão.	• Provas. • Correção dos exercícios complementares.
• Identificar uma proporção. • Identificar os meios e os extremos de uma proporção. • Calcular o termo desconhecido de uma proporção, utilizando a propriedade fundamental. • Resolver problemas com auxílio de uma proporção.	(15) Proporção		
• Resolver problemas com auxílio de regra de três simples (direta ou inversa) • Resolver problemas com auxílio de regra de três composta.	(16) Regra de três		
• Identificar frações centesimais e taxas porcentuais. • Calcular porcentagens em situações – problema da vida prática.	(17) Porcentagem		
• Aplicar fórmulas para calcular juro, capital e taxa. • Resolver problemas sobre juro, capital e taxa.	(18) Juros simples		
• Calcular a média aritmética de um conjunto de números. • Calcular a média aritmética ponderada de um conjunto de números. • Calcular médias em situações – problema da vida prática.	(19) Médias		

SIGNIFICADO DAS SIGLAS

ACAFE-SC – Associação Catarinense de Fundações Educacionais ao Ensino Superior (Santa Catarina)
CEUB – Centro de Ensino Unificado de Brasília
CESCEA-SP – Centro de Seleção de Candidatos das Escolas de Economia e Administração (São Paulo)
CESCEM-SP – Centro de Seleção de Candidatos das Escolas de Medicina (São Paulo)
CESESP-PE – Centro de Estudos Superiores do Estado de Pernambuco
CESGRANRIO-RJ – Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio (Rio de Janeiro)
C. NAVAL-RJ – Colégio Naval – Angra dos Reis (Rio de Janeiro)
EE MAUÁ-SP – Escola de Engenharia Mauá (São Paulo)
E. NAVAL-RJ – Escola Naval do Rio de Janeiro.
EPCAR-MG – Escola Preparatória de Cadetes do Ar – Barbacena (Minas Gerais)
ESAN-SP – Escola Superior de Administração e Negócios (São Paulo)
ETI-SP – Escola Técnica Industrial – São Bernardo do Campo (São Paulo)
ESCOLA TÉCNICA-SP – Escola Técnica Federal de São Paulo
FAAP-SP – Fundação Armando Álvares Penteado (São Paulo)
F. ALFENAS-MG – Faculdade de Alfenas (Minas Gerais)
FCC-SP – Fundação Carlos Chagas (São Paulo)
FCL-SP – Faculdade de Jornalismo Cásper Líbero (São Paulo)
FCMSC-SP – Faculdade de Ciências Médicas da Santa Casa (São Paulo)
FEC-SP – Faculdade de Educação e Cultura do ABC (São Paulo)
FECM-SP – Faculdade de Economia Cândido Mendes (São Paulo)
FEI-SP – Faculdade de Engenharia Industrial (São Paulo)
FEP-PA – Faculdade de Engenharia do Pará
FGV-SP – Fundação Getúlio Vargas (São Paulo)
FIB-RJ – Faculdades Integradas Benett (Rio de Janeiro)
FIUBE-MG – Faculdades Integradas de Uberaba (Minas Gerais)
F. MAUÁ-SP – Faculdade de Engenharia Mauá (São Paulo)
FM-Barbacena-MG – Faculdade de Medicina de Barbacena (Minas Gerais)
FM-Itajubá-MG – Faculdade de Medicina de Itajubá (Minas Gerais)
FMJ-SP – Faculdade de Medicina de Jundiaí (São Paulo)
FMU-SP – Faculdades Metropolitanas Unidas (São Paulo)
F. OBJETIVO-SP – Faculdades Objetivo (São Paulo)
FSA-SP – Fundação Santo André (São Paulo)
FUVEST-SP – Fundação Universitária para o Vestibular (São Paulo)
GV-SP – Fundação Getúlio Vargas (São Paulo)
ILHÉUS-ITABUNA-BA – Federação das Escolas Superiores de Ilhéus e Itabuna (Bahia)
ITE-Bauru-SP – Instituição Toledo de Ensino – Bauru (São Paulo)
MACK-SP – Universidade Mackenzie (São Paulo)
MAPOFEI-SP – Mauá – Politécnica – Fei (São Paulo)
MED-ABC – Faculdade de Medicina do ABC (São Paulo)
MED-Pouso Alegre – Faculdade de Medicina de Pouso Alegre (Minas Gerais)
MED-Santos – Faculdade de Medicina de Santos (São Paulo)
OSEC-SP – Organização Santamarense de Educação e Cultura (São Paulo)
PUC-DF – Pontifícia Universidade Católica do Distrito Federal.
PUC-MG – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
PUC-RS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
SANTA CASA-SP – Faculdade de Medicina da Santa Casa (São Paulo)
UB-DF – Universidade de Brasília (Distrito Federal)
UC-MG – Universidade Católica de Minas Gerais
UCS-BA – Universidade Católica de Salvador (Bahia)
UDF – Universidade do Distrito Federal
UE-CE – Universidade Estadual do Ceará
UE-MS – Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul.
UE-MT – Universidade Estadual do Mato Grosso.
UEL-PR – Universidade Estadual de Londrina (Paraná)
UEPG-PR – Universidade Estadual de Ponta Grossa (Paraná)
UFB-DF – Universidade Federal de Brasília (Distrito Federal)
UF-AL – Universidade Federal de Alagoas
UF-BA – Universidade Federal da Bahia
UF-CE – Universidade Federal do Ceará
UF-ES – Universidade Federal do Espírito Santo
UF-GO – Universidade Federal de Goiás
UF-MA – Universidade Federal do Maranhão
UF-MG – Universidade Federal de Minas Gerais
UF-MT – Universidade Federal do Mato Grosso
UF-PA – Universidade Federal do Pará
UF-PR – Universidade Federal do Paraná
UF-RN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UF-RJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro
UF-RS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UF-SE – Universidade Federal de Sergipe
UFSC-SP – Universidade Federal de São Carlos (São Paulo)
UFV-MG – Universidade Federal de Viçosa (Minas Gerais)
UFU-MG – Universidade Federal de Uberlândia (Minas Gerais)
UGF-RJ – Universidade Gama Filho (Rio de Janeiro)
UJF-MG – Universidade de Juiz de Fora (Minas Gerais)
UMC-SP – Universidade de Moji das Cruzes (São Paulo)
UNB-DF – Universidade de Brasília (Distrito Federal)
UNESP-SP – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (São Paulo)
USP – Universidade de São Paulo
UU-MG – Universidade de Uberaba (Minas Gerais)

HINO NACIONAL

Letra: *Osório Duque Estrada*
Música: *Francisco Manoel da Silva*

Ouviram do Ipiranga às margens plácidas
De um povo heróico o brado retumbante,
E o sol da liberdade, em raios fúlgidos,
Brilhou no céu da Pátria nesse instante.

Se o penhor dessa igualdade
Conseguimos conquistar com braço forte,
Em teu seio, ó Liberdade,
Desafia o nosso peito a própria morte!

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, um sonho intenso, um raio vívido
De amor e de esperança à terra desce,
Se em teu formoso céu, risonho e límpido,
A imagem do Cruzeiro resplandece.

Gigante pela própria natureza,
És belo, és forte, impávido colosso,
E o teu futuro espelha essa grandeza.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!

Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!

Deitado eternamente em berço esplêndido,
Ao som do mar e à luz do céu profundo,
Fulguras, ó Brasil, florão da América,
Iluminado ao sol do Novo Mundo!

Do que a terra mais garrida
Teus risonhos, lindos campos têm mais flores;
"Nossos bosques têm mais vida",
"Nossa vida" no teu seio "mais amores".

Ó Pátria amada,
Idolatrada,
Salve! Salve!

Brasil, de amor eterno seja símbolo
O lábaro que ostentas estrelado,
E diga o verde-louro desta flâmula
– Paz no futuro e glória no passado.

Mas, se ergues da justiça a clava forte,
Verás que um filho teu não foge à luta,
Nem teme, quem te adora, a própria morte.

Terra adorada,
Entre outras mil,
És tu, Brasil,
Ó Pátria amada!

Dos filhos deste solo és mãe gentil,
Pátria amada,
Brasil!